ЧАСТЬ III

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

ГЛАВА 11

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ, ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

1. Согласно закону Кулона модуль силы взаимодействия между двумя неподвижными точечными зарядами q_1 и q_2, находящимися на расстоянии r друг от друга в среде с диэлектрической проницаемостью ε, равен:

$$F = k\frac{|q_1|\,|q_2|}{\varepsilon r^2}, \qquad (11.1)$$

где k — постоянный коэффициент.

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}, \text{ где } \varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}.$$

2. Если система тел не обменивается электрическими зарядами с телами, не принадлежащими этой системе, то алгебраическая сумма зарядов системы есть величина постоянная (закон сохранения зарядов):

$$\sum_{i=1}^{n} q_i = \text{const}. \qquad (11.2)$$

3. Напряженность электрического поля в данной точке пространства равна:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}, \qquad (11.3)$$

где $\vec{F}$ — сила, действующая на точечный положительный (пробный) заряд q_0, помещенный в эту точку.

Модуль вектора напряженности электрического поля, создаваемого точечным зарядом q на расстоянии r от заряда, равен:

$$E = \frac{|q|}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}. \qquad (11.4)$$

Если на поверхности проводящего шара радиусом r_0 равномерно распределен заряд q, то внутри шара напряженность

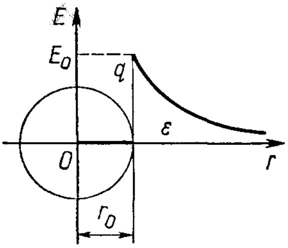

Рис. 11.1

поля всюду равна нулю. За пределами шара и на его поверхности напряженность поля точно такая, какую создавал бы заряд q, сосредоточенный в центре шара (рис. 11.1), т. е. для проводящего шара

$$E = \frac{|q|}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2} \text{ при } r \geqslant r_0 \text{ и } E = 0 \text{ при } r < r_0, \tag{11.4'}$$

где ε — диэлектрическая проницаемость среды, в которой находится шар.

Если в каждой точке электрического поля

$$\vec{E} = \text{const},$$

то такое поле называется однородным.

Бесконечно большая плоскость, по которой распределен заряд с поверхностной плотностью σ, создает в направлении нормали к поверхности однородное электрическое поле напряженностью

$$E = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0\varepsilon}, \tag{11.5}$$

где ε — диэлектрическая проницаемость среды в рассматриваемой точке пространства.

Если заряженная плоскость имеет конечные размеры, то по формуле (11.5) можно с достаточной степенью точности определить напряженность вблизи этой плоскости в области однородности поля.

Напряженность электрического поля, созданного несколькими заряженными телами, равна геометрической сумме напряженностей отдельных полей, создаваемых в данной точке пространства каждым из заряженных тел (принцип наложения полей):

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i. \tag{11.6}$$

При перемещении заряда q в однородном электростатическом поле напряженностью $\vec{E}$ силы $F_э$ поля совершают над зарядом работу

$$A = F_э d = qEd, \tag{11.7}$$

где d — модуль перемещения заряда вдоль силовой линии.

В зависимости от знака заряда q и направления его перемещения по силовым линиям работа сил поля может быть и положительной, и отрицательной.

4. Всякая система зарядов обладает потенциальной энергией электрического взаимодействия. Потенциальная энергия измеряется работой, которую могут совершить электрические силы при удалении заряженных тел, собранных в систему, иа бесконечно большие расстояния относительно друг друга. Для системы

двух точечных зарядов q_1 и q_2, удаленных на расстояние r, эта работа, а следовательно, и потенциальная энергия равны:

$$A = W_p = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r},$$

если считать, что в бесконечности $W_\infty = 0$.

Потенциал электрического поля в данной точке определяется отношением

$$\varphi = \frac{W_p}{q_0}, \qquad (11.8)$$

где W_p — потенциальная энергия, которой обладает пробный заряд q_0 вследствие его взаимодействия с полем в данной точке пространства. Здесь предполагается, что потенциальная энергия, а следовательно, и потенциал в точках, бесконечно удаленных от источника поля, равны нулю. Потенциал электрического поля, создаваемого точечным зарядом q на расстоянии r от него, равен:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}. \qquad (11.9)$$

Знак потенциала в данной точке поля определяется знаком заряда, создающего это поле.

Если по поверхности проводящего шара радиусом r_0 распределен заряд q, то внутри шара и на его поверхности потенциал всюду постоянен и равен

$$\varphi_0 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_0},$$

где ε — диэлектрическая проницаемость среды, в которой находится шар. За пределами шара потенциал поля такой же, как потенциал поля точечного заряда, равного заряду шара, сосредоточенного в его центре (рис. 11.2). Таким образом, потенциал поля заряженного шара в точке, удаленной от его центра на расстояние r, равен:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}, \quad \text{если } r \geqslant r_0. \qquad (11.9')$$

Поверхность, в каждой точке которой $\varphi = \text{const}$, называется эквипотенциальной поверхностью.

Потенциал поля, созданного несколькими заряженными телами, равен алгебраической сумме потенциалов отдельных полей, создаваемых в данной точке пространства каждым из заряженных тел:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i. \qquad (11.10)$$

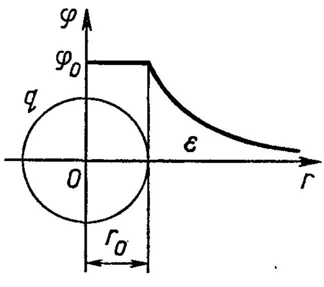

Рис. 11.2

Потенциальная энергия электрического взаимодействия системы n точечных зарядов q_i равна:

$$W_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} q_i \varphi_i \qquad (11.11)$$

(здесь φ_i — потенциал поля в точке, где находится заряд q_i).

При перемещении заряда q_0 из точки поля с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2 независимо от формы пути силы электрического поля совершают над зарядом работу

$$A = W_1 - W_2 = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) = q_0 U, \qquad (11.12)$$

где $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ — разность потенциалов (напряжение) между этими точками ($\varphi_1 > \varphi_2$).

Если заряд q_0 перемещается в поле точечного заряда q, то работа сил поля равна:

$$A = \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right), \qquad (11.13)$$

где r_1 и r_2 — расстояния между зарядами.

В однородном электрическом поле модуль вектора напряженности связан с разностью потенциалов уравнением

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d} = \frac{U}{d}, \qquad (11.14)$$

где d — расстояние между эквипотенциальными поверхностями с потенциалами φ_1 и φ_2.

5. Электроемкость уединенного проводника, имеющего заряд q и потенциал φ, определяется формулой

$$C = \frac{|q|}{\varphi}. \qquad (11.15)$$

Емкость уединенного металлического шара радиусом r, находящегося в среде с диэлектрической проницаемостью ε, равна:

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon r. \qquad (11.16)$$

Электроемкость конденсатора — двух проводников, на которых находятся два равных по модулю, но противоположных по знаку заряда q, определяют по формуле

$$C = \frac{|q|}{U}, \qquad (11.17)$$

где $|q|$ — заряд конденсатора (абсолютное значение заряда одного из проводников), $U = \varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов между проводниками.

Емкость плоского конденсатора равна:

$$C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}, \qquad (11.18)$$

где S — площадь одной пластины, перекрывающаяся другой; d — расстояние между пластинами; ε — диэлектрическая проницаемость среды, разделяющей пластины.

Если обкладка одного конденсатора соединяется с обкладкой другого конденсатора и между ними нет разветвлений, то соединение конденсаторов называется последовательным.

При подключении к источнику с напряжением U_0 батареи незаряженных конденсаторов, соединенных между собой последовательно, алгебраическая сумма напряжений U_i на отдельных конденсаторах равна напряжению на всей батарее:

$$\sum_{i=1}^{n} U_i = U_0. \qquad (11.19)$$

Заряды конденсаторов при этом равны между собой и равны заряду всей батареи:

$$q_1 = q_2 = \ldots = q_n = q_0. \qquad (11.20)$$

Емкость C_0 батареи, составленной из n конденсаторов емкостью C_i, соединенных между собой последовательно, может быть рассчитана по формулам

$$C_0 = \frac{|q_0|}{U_0} \quad \text{и} \quad \frac{1}{C_0} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}. \qquad (11.21)$$

Если обе обкладки одного конденсатора соединить проводником с обкладками другого, а тот, в свою очередь, таким же образом подключить к следующему конденсатору (резистору или источнику), то получившееся соединение конденсаторов называется параллельным.

При подключении к источнику с напряжением U_0 батареи незаряженных конденсаторов, соединенных между собой параллельно, общий заряд q_0 батареи равен сумме зарядов q_i всех конденсаторов, т. е.

$$q_0 = \sum_{i=1}^{n} q_i. \qquad (11.22)$$

Напряжение на каждом конденсаторе и на всей батарее в целом одинаково:

$$U_1 = U_2 = \ldots = U_n = U_0. \qquad (11.23)$$

Емкость C_0 батареи при параллельном соединении конденсаторов может быть рассчитана по формулам

$$C = \frac{|q_0|}{U_0} \quad \text{и} \quad C_0 = \sum_{i=1}^{n} C_i. \qquad (11.24)$$

Все заряженные тела обладают электрической энергией, заключенной (локализованной) в электрическом поле, созданном этими телами. Эту энергию можно измерить работой, которую необходимо совершить, чтобы зарядить данное тело. Для уединенного заряженного тела эта работа, а следовательно, и энергия тела равны:

$$A = W_p = \frac{q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C}, \tag{11.25}$$

где q, φ и C — соответственно заряд, потенциал и емкость тела.

Энергия поля заряженного конденсатора равна:

$$W_p = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2 Sd}{2}, \tag{11.26}$$

где q и U — заряд и напряжение на конденсаторе емкостью C; S и d — площадь пластины и расстояние между обкладками конденсатора.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ. ПРИМЕРЫ

1. Типичные задачи электростатики состоят в том, чтобы:

а) по заданному распределению зарядов в пространстве найти созданное ими поле — вычислить напряженность и потенциал поля в произвольной точке — или, наоборот, зная характеристики поля, найти создающие его заряды;

б) по заданному расположению и форме проводников, зная потенциал каждого проводника или их общий заряд, найти распределение зарядов в проводниках и вычислить характеристики полей, создаваемых этими проводниками.

В курсе элементарной физики, за небольшим исключением, рассматривают наиболее простые случаи: задачи о точечных зарядах, заряженных проводящих сферах, плоскостях и конденсаторах.

Иногда в эти задачи включают элементы механики, и задачи получаются комбинированными, однако главное внимание в них стараются уделять идеям электричества.

2. Задачи по электростатике в курсе элементарной физики удобно разделить на две группы. К первой группе можно отнести задачи о точечных зарядах и системах, сводящихся к ним, ко второй — все задачи о заряженных телах, размерами которых нельзя пренебречь.

Решение задач первой группы основано на применении законов механики с учетом закона Кулона и вытекающих из него следствий. Такие задачи рекомендуется решать в следующем порядке:

а) Расставить силы, действующие на точечный заряд, помещенный в электрическое поле, и записать для него уравнение равновесия или основное уравнение динамики материальной точки.