

нормальных условиях воздушный шар с подъемной силой 1,96 кН? Сила тока при электролизе равна $I = 100$ А. Относительную молекулярную массу воздуха принять равной 29, массой оболочки пренебречь.

12.124. При какой силе тока из подкисленной воды выделится гремучий газ, занимающий объем $V = 1,73 \cdot 10^{-3}$ м³ при температуре $T = 294$ К и давлении $p = 105$ кПа, если время работы установки $\tau = 30$ мин?

Глава 13

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ, ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

1 При движении электрических зарядов в пространстве, окружающем эти заряды, возникает магнитное поле.

Опытом установлено (закон Ампера), что на прямой проводник с током, помещенный в однородное магнитное поле, действует распределенная по проводнику сила, модуль которой равен:

$$F = IlB \sin \alpha, \quad (13.1)$$

где I — сила тока в проводнике; l — длина проводника; B — модуль вектора индукции магнитного поля; α — угол между направлением индукции магнитного поля и проводником.

Вектор \vec{F} всегда перпендикулярен плоскости, в которой лежат проводник и вектор \vec{B} .

Связь между направлениями вектора силы, тока и вектора индукции устанавливается правилом левой руки.

Согласно формуле (13.1) \vec{B} — это физическая величина, численно равная максимальной силе, с которой магнитное поле может действовать на проводник единичной длины с током, помещенный в данную точку поля.

2. На виток с током, находящийся в однородном магнитном поле (рис. 13.1), действует вращающий момент пары сил поля, модуль которого равен $M = Fa \sin \varphi$, или с учетом выражения (13.1) для F :

$$M = ISB \sin \varphi, \quad (13.2)$$

где $S = la$ — площадь витка; φ — угол между вектором \vec{B} и нормалью к плоскости витка. Формула (13.2) носит общий характер и справедлива для плоской рамки любой формы.

Силовое действие магнитного поля на проводник с током вызвано действием

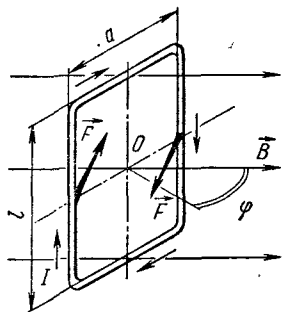


Рис. 13.1

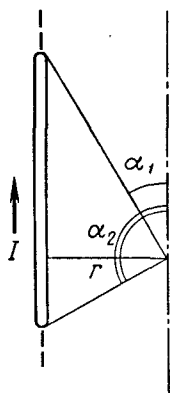


Рис. 13.2

сил поля на элементарные носители электричества, обуславливающие ток в проводнике. Если ток в проводнике вызван движением частиц, каждая из которых имеет заряд q и скорость \vec{v} , и в единичном объеме проводника содержится N частиц, то сила тока в проводнике равна:

$$I = \frac{Nq}{t}.$$

Подставив это выражение для силы тока в формулу (13.1), легко установить, что на каждую заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле, со стороны поля действует сила (сила Лоренца), модуль которой равен:

$$F_{\text{Л}} = \frac{F}{N}, \text{ или } F_{\text{Л}} = qvB \sin \alpha. \quad (13.3)$$

В каждой точке траектории заряженной частицы сила Лоренца $\vec{F}_{\text{Л}}$ перпендикулярна векторам \vec{v} и \vec{B} . Связь между направлениями векторов $\vec{F}_{\text{Л}}$, \vec{v} и \vec{B} устанавливается правилом левой руки с учетом направления тока.

3. Если в прямом проводнике длиной l сила тока I , то в точке, удаленной от проводника на расстояние r (рис. 13.2), модуль вектора индукции магнитного поля равен:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \quad (13.4)$$

где μ — магнитная проницаемость вещества — величина, показывающая, во сколько раз индукция магнитного поля, созданного током в данной среде, больше, чем индукция, созданная тем же током в вакууме; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А} \cdot \text{м}}$ — магнитная постоянная.

В центре кругового витка с током I модуль вектора индукции магнитного поля равен:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}, \quad (13.5)$$

где R — радиус витка.

Модуль вектора индукции магнитного поля в центре однослойной цилиндрической катушки (соленоида), радиус которой значительно меньше ее длины, равен:

$$B = \frac{\mu_0 n I}{l}. \quad (13.6)$$

Здесь n — число витков; I — сила тока; l — длина соленоида, по которой распределена обмотка. Формулы (13.4) — (13.6) записаны в СИ.

4. Согласно соотношениям (13.1) и (13.4) на каждый элемент длиной l бесконечно длинных параллельных проводников с токами I_1 и I_2 действует сила

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d}, \quad (13.7)$$

где d — расстояние между проводниками.

5. Поток вектора индукции однородного магнитного поля через плоскую поверхность площадью S равен:

$$\Phi = BS \cos \alpha, \quad (13.8)$$

где α — угол между вектором \vec{B} и нормалью к поверхности.

Магнитный поток, связанный с катушкой поперечного сечения S , имеющей n витков (поток сцепления), равен:

$$\Phi_c = n\Phi. \quad (13.8')$$

6. При движении проводника (или контура) с током I в однородном магнитном поле силы поля совершают над проводником (контуром) работу

$$A = I\Phi, \quad (13.9)$$

где Φ — магнитный поток, пронизывающий поверхность, описанную проводником при плоскопараллельном перемещении (изменение магнитного потока через контур). Формула (13.9) вытекает из определения работы постоянной силы и закона Ампера (13.1) с учетом формулы (13.8).

7. При изменении магнитного потока, пронизывающего контур, в контуре возникает ЭДС индукции (наведенная ЭДС), модуль которой пропорционален скорости изменения магнитного потока (основной закон электромагнитной индукции):

$$\mathcal{E} = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad \text{или} \quad \mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (13.10)$$

Возникновение ЭДС индукции в замкнутом контуре приводит к появлению индукционного тока. Согласно закону Ленца индукционный ток имеет такое направление, при котором создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызвавшему индукционный ток. Математически это учтено знаком «минус» в формуле (13.10).

Из уравнения (13.10) следует:

1) При изменении магнитного потока, пронизывающего катушку, состоящую из n витков, в катушке возникает ЭДС индукции

$$\mathcal{E} = - n \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}, \quad (13.10')$$

так как все витки соединены между собой последовательно.

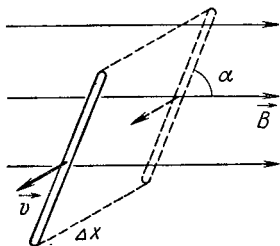


Рис. 13.3

2) Количество электричества, индуцированного в контуре, сопротивлением R при изменении магнитного потока на $\Delta\Phi$, равно:

$$\Delta q = \frac{\Delta\Phi}{R}, \quad (13.10'')$$

поскольку $\mathcal{E} = IR$ и $I\Delta t = \Delta q$.

3) Если при равномерном движении проводника длиной l в однородном магнитном поле с индукцией B проводник перемещается на расстояние Δx за время Δt (рис. 13.3), то он описывает поверхность, через которую проходит магнитный поток, равный

$$\Delta\Phi = l\Delta x B \sin\alpha.$$

Подставляя это выражение в формулу закона электромагнитной индукции и учитывая, что $\Delta x/\Delta t = v$ — скорость движения проводника в направлении, перпендикулярном \vec{B} , для ЭДС, возникающей в концах проводника, получим:

$$\mathcal{E} = lvB \sin\alpha. \quad (13.11)$$

Направление индукционного тока (а следовательно, и полярность возникающей ЭДС) определяют по правилу правой руки.

8. Явление возникновения ЭДС индукции в контуре при изменении магнитного потока, создаваемого током самого контура, называют самоиндукцией. При неизменной конфигурации контура сцепленный с контуром магнитный поток пропорционален току в контуре:

$$\Phi_c = LI, \quad (13.12)$$

где L — индуктивность контура.

Как показывают формулы (13.6), (13.7) и (13.12), индуктивность длинного соленоида малого диаметра равна:

$$L = \frac{\mu_0 \mu n^2 S}{l} = \mu_0 \mu \omega^2 l S, \quad (13.13)$$

где $\omega = \frac{n}{l}$ — число витков, приходящихся на единицу длины катушки; l — ее длина; S — площадь поперечного сечения; μ — магнитная проницаемость материала сердечника соленоида.

Если в процессе изменения силы тока контур не деформируется и магнитная проницаемость сердечника остается постоянной, ЭДС самоиндукции согласно формулам (13.10) и (13.12) равна:

$$\mathcal{E}_c = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = - \frac{\Delta(LI)}{\Delta t} = - L \frac{\Delta I}{\Delta t}. \quad (13.14)$$

9. При равномерном вращении плоской рамки в однородном магнитном поле магнитный поток, пронизывающий рамку, изменяется с течением времени по закону $\Phi = nSB\cos\omega t$, где n — число витков; S — площадь рамки; B — модуль вектора индукции магнитного поля; ω — угловая скорость вращения рамки. За время Δt магнитный поток изменяется на величину

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = nSB[\cos\omega(t + \Delta t) - \cos\omega t].$$

Если Δt очень мало, то $\cos\omega(t + \Delta t) - \cos\omega t = (\omega\sin\omega t)\Delta t$, поскольку в этом случае можно считать, что

$$\cos(\omega\Delta t) \approx 1 \quad \text{и} \quad \sin(\omega\Delta t) \approx \omega\Delta t.$$

Учитывая это, для изменения магнитного потока получим:

$$\Delta\Phi = nSB\omega(\sin\omega t)\Delta t.$$

Согласно (13.10) ЭДС индукции, возбуждаемая в рамке при ее равномерном вращении в магнитном поле, изменяется с течением времени по закону

$$\mathcal{E} = nSB\omega\sin\omega t, \quad (13.15)$$

или

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m\sin\omega t,$$

где

$$\mathcal{E}_m = nSB\omega \quad (13.15')$$

максимальное (амплитудное) значение электродвижущей силы.

Этот же результат можно получить иначе, дифференцируя исходное выражение для магнитного потока по времени, поскольку $\mathcal{E} = -d\Phi/dt$.

10. Для преобразования механической энергии в электрическую применяются электрические машины — генераторы. В соответствии с законом сохранения и превращения энергии при работе генератора

$$N = P_{\text{эл}}, \quad \text{или} \quad N = I\mathcal{E}, \quad (13.16)$$

где \mathcal{E} — ЭДС генератора; I — сила тока в цепи якоря.

Для генератора с постоянными магнитами значение \mathcal{E} определяется формулой (13.15). Напряжение U на зажимах генератора равно $U = \mathcal{E} - IR$, где R — сопротивление якоря.

Для преобразования электрической энергии в механическую служат электрические машины — электродвигатели.

При работе электродвигателя электрическая мощность, развиваемая источником питания, расходуется частично на нагревание цепи, частично на вращение якоря. Если ЭДС источника питания U , сила тока в цепи I , сопротивление цепи R , то

$$IU = I^2R + N, \quad (13.17)$$

где N — механическая мощность, развиваемая двигателем. Эта мощность в свою очередь равна $N = M\omega = I\mathcal{E}$, где M — вра-

щающий момент на валу мотора; ω — угловая скорость вращения якоря.

ЭДС индукции \mathcal{E} , возникающая в обмотке якоря, равна:

$$\mathcal{E} = U - IR. \quad (13.18)$$

В случае работы шунтового двигателя под R в формулах (13.17) и (13.18) подразумевают сопротивление якоря, при работе серийного — сопротивление всей цепи двигателя.

11. Если ЭДС в цепи меняется с течением времени по закону синуса (или косинуса), то при отсутствии в цепи емкости или индуктивности напряжение в цепи $U_R = \mathcal{E}$ и по тому же закону изменяется сила тока:

$$I = U_R/R = \mathcal{E}_m(\sin\omega t)/R = I_m \sin\omega t.$$

Сопротивление R электрической цепи, не имеющей емкости и индуктивности, называют активным сопротивлением.

Сопротивление R_C участка цепи, содержащего конденсатор, называют емкостным сопротивлением.

$$R_C = \frac{\mathcal{E}_m}{I_m} = \frac{1}{\omega C}. \quad (13.19)$$

Сопротивление участка, содержащего индуктивность (индуктивное сопротивление), равно:

$$R_L = \omega L. \quad (13.20)$$

Если три участка цепи, имеющие соответственно активное R , индуктивное R_L и емкостное R_C сопротивления, соединить последовательно, то полное сопротивление цепи переменному току будет равно:

$$Z = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}. \quad (13.21)$$

Амплитудное значение силы тока в цепи равно:

$$I_m = \mathcal{E}_m/Z.$$

Сдвиг фаз между ЭДС и током определяется формулой

$$\operatorname{tg} \varphi = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)/R. \quad (13.22)$$

12. При последовательном соединении резистора, конденсатора и катушки индуктивности среднее за период значение мощности, развиваемой источником переменного синусоидального тока, равно:

$$P = 0,5 I_m \mathcal{E}_m \cos \varphi. \quad (13.23)$$

Согласно этой формуле на катушке индуктивности и конденсаторе мощность не выделяется, поскольку для них $\varphi = \pm \pi/2$.

Мощность, выделяемая на активном сопротивлении и, следовательно, во всей внешней цепи, равна:

$$P = 0,5I_m U_m = 0,5I_m^2 R, \quad (13.24)$$

где U_m — амплитуда напряжения на резисторе.

Силу постоянного тока, при которой в цепи с активным сопротивлением выделяется та же мощность, что и при переменном токе, называют действующим значением данного переменного тока. Значение постоянного напряжения, соответствующего действующему значению тока, называют действующим значением напряжения. В случае синусоидального тока

$$I_d = I_m / \sqrt{2}, \quad U_d = U_m / \sqrt{2}. \quad (13.25)$$

13. Коэффициент трансформации равен:

$$k = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2},$$

где n_1 — число витков в первичной обмотке трансформатора; n_2 — во вторичной; \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 — ЭДС самоиндукции и индукции, возникающие соответственно в первичной и вторичной обмотках.

Если падение напряжения в первичной цепи трансформатора ничтожно мало по сравнению с напряжением U_1 , подаваемым на трансформатор, с достаточной степенью точности можно считать, что $\mathcal{E}_1 = U_1$. При этом же условии для вторичной цепи $\mathcal{E}_2 = U_2$ и, следовательно,

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{U_1}{U_2}. \quad (13.26)$$

При большой силе тока во вторичной цепи падением напряжения на вторичной обмотке пренебречь нельзя. В этом случае $\mathcal{E}_2 = U_2 + I_2 r_2$ и

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{U_1}{U_2 + I_2 r_2},$$

где I_2 — сила тока во вторичной цепи; r_2 — ее сопротивление.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ. ПРИМЕРЫ

1. Расчетные задачи по элементарному курсу электромагнетизма можно разделить на три основные группы: а) задачи о силовом действии однородного магнитного поля на проводники с током и заряженные частицы; б) задачи на закон электромагнитной индукции и в) задачи на закон сохранения и превращения энергии в применении к процессам, протекающим при работе электрических машин. Многие из этих задач не требуют применения высшей математики и решаются сравнительно просто.

2. Задачи расчетного характера о силах, действующих на про-