Глава 15

ПРЕЛОМЛЕНИЕ СВЕТА

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ, ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

1. Отношение скорости распространения света в вакууме к скорости распространения света в данной среде называют абсолютным показателем преломления данной среды:

$$n_1 = \frac{c_0}{c_1}.$$

Чем меньше скорость света в данной среде по сравнению со скоростью света в вакууме (чем больше n_1), тем оптически более плотной считается данная среда по сравнению с вакуумом.

Если луч света идет из среды с абсолютным показателем преломления n_1 в среду с абсолютным показателем преломления n_2, то показатель преломления второй среды относительно первой равен:

$$n = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c_1}{c_2}. \qquad (15.1)$$

При этом: а) лучи падающий и преломленный лежат в одной плоскости с перпендикуляром, восставленным из точки падения;

$$\text{б)} \quad \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n = \frac{n_2}{n_1}, \qquad (15.2)$$

где α — угол падения; β — угол преломления луча.

Если луч идет из среды оптически менее плотной в оптически более плотную, то $n_1 < n_2$ и согласно формуле (15.2) $\beta < \alpha$ (преломленный луч отклоняется от своего первоначального направления, приближаясь к перпендикуляру, восставленному из точки падения луча).

Если луч идет из оптически более плотной среды в менее плотную, то $n_1 > n_2$ и $\beta > \alpha$ (преломленный луч отклоняется от своего начального направления к границе раздела сред).

В частности, при падении лучей под предельным углом α_0 угол преломления $\beta = 90°$, и по закону преломления

$$\sin\alpha_0 = \frac{n_2}{n_1}. \qquad (15.3)$$

2. Если две среды с показателями преломления n_1 и n_2 разделены сферической поверхностью, то узкий пучок лучей, выходящий из светящейся точки A_0, расположенной в первой среде, преломившись на границе раздела сред, даст ее действительное или мнимое изображение A_1.

Пусть $n_2 > n_1$ и точка A_0 находится в первой среде на расстоянии d от преломляющей поверхности радиусом R, изображение

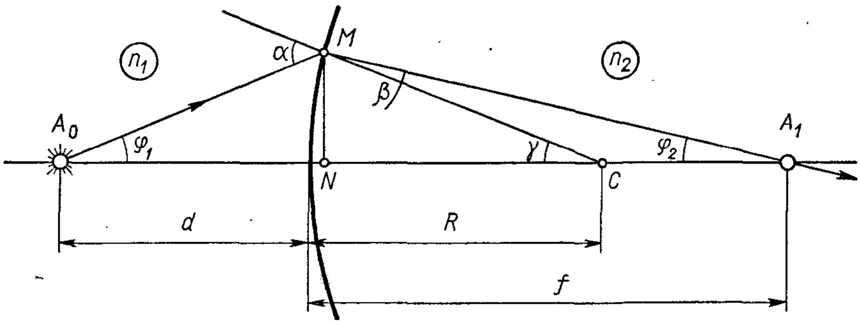

Рис. 15.1

A_1 получается на расстоянии f от этой поверхности во второй среде (рис. 15.1).

В случае параксиальных пучков углы φ_1, α, β, γ и φ_2 малы, поэтому должно быть

$$MN = d\varphi_1 = f\varphi_2 = R\gamma, \tag{1}$$

$$\alpha n_1 = \beta n_2. \tag{2}$$

Из треугольника A_0MC $\sphericalangle M = 180° - \alpha = 180° - (\gamma + \varphi_1)$, т. е.

$$\alpha = \varphi_1 + \gamma. \tag{3}$$

Из треугольника A_0MA_1 $\sphericalangle M = 180° - \alpha + \beta = 180° - (\varphi_1 + \varphi_2)$, т. е.

$$\alpha - \beta = \varphi_1 + \varphi_2. \tag{4}$$

Исключая из уравнений (1) — (4) углы, получим связь между d, f и R:

$$\frac{n_1}{d} - \frac{n_2}{f} = \frac{n_1 - n_2}{R}. \tag{15.4}$$

Расстояния d и f от преломляющей поверхности до действительных точек в этой формуле нужно брать со знаком «плюс», до мнимых — со знаком «минус». Радиус берется со знаком «плюс», если лучи, идущие от предмета, падают на выпуклую поверхность; со знаком «минус», если лучи падают на вогнутую поверхность.

Формула (15.4) является одной из основных формул геометрической оптики. Применяя ее последовательно для каждой преломляющей поверхности, можно найти положение изображения точки в любой оптической системе. Из этой формулы, в частности, вытекает:

а) если предмет находится в бесконечности ($d = \infty$), то точка A_1 является задним фокусом сферической преломляющей поверхности. Согласно (15.4) фокусное расстояние преломляющей поверхности равно:

$$F = f = \frac{n_2}{n_2 - n_1} R; \qquad (15.4')$$

б) при $R = \infty$ (преломление происходит на плоской поверхности)

$$n_2 d = n_1 f. \qquad (15.4'')$$

3. Тонкие линзы — двояковыпуклые (радиусы сферических поверхностей $+R_1$ и $+R_2$), плоско-выпуклые ($R_1 = \infty$ и $+R_2$) и выпукло-вогнутые ($+R_1$ и $-R_2$ при $|R_1| < |R_2|$) — обладают следующими свойствами:

а) Лучи, падающие параллельным пучком на линзу, после преломления идут сходящимся пучком и пересекаются в одной точке, называемой фокусом. (Такие линзы поэтому называют собирающими.) Геометрическое место фокусов представляет собой плоскость, параллельную плоскости основания шаровых сегментов, ограничивающих линзу — плоскости линзы. Расстояние между фокальной плоскостью и плоскостью линзы называют фокусным расстоянием F; величину, обратную этому расстоянию,— оптической силой линзы $D = \frac{1}{F}$.

Фокус, расположенный со стороны лучей, падающих на линзу, называют передним, фокус, находящийся в пространстве преломленных лучей, называют задним. Точку линзы, через которую лучи проходят не преломляясь, называют оптическим центром. Прямые, проходящие через оптический центр, называют оптическими осями. Оптическую ось, проходящую через вершины сферических поверхностей, ограничивающих линзу, называют главной оптической осью. Остальные оси, как и лежащие на них фокусы, называют побочными.

б) Лучи, падающие на линзу параллельно какой-либо оптической оси, после преломления проходят через фокус, лежащий на этой оси.

в) Для тонкой собирающей линзы имеет место та же формула (14.1) $\left(\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}\right)$, что и для вогнутого зеркала, с теми же правилами знаков перед d и f.

г) При построении изображения светящейся точки (предмета) из всего потока лучей, падающих на линзу, выбирают два из следующих четырех характерных лучей:

1) луч, проходящий через оптический центр линзы. Этот луч проходит через линзу не преломляясь;

2) луч, идущий параллельно какой-либо оптической оси. После преломления этот луч должен пройти через фокус, лежащий на этой оптической оси (если светящаяся точка лежит на главной оптической оси, для построения изображения нужно провести побочную оптическую ось);

3) луч, проходящий через передний фокус линзы. В силу обратимости хода лучей такой луч после преломления должен идти параллельно главной оптической оси;

4) луч, проходящий через передний двойной фокус линзы. После преломления этот луч проходит через задний двойной фокус.

Ход этих четырех лучей проследить наиболее просто. Все остальные лучи, падающие на линзу из светящейся точки (предмета), проходят через линзу так, что попадают в ту же точку (изображение), где пересекаются лучи, с помощью которых сделано построение. Чаще всего при построении изображений используют первые два луча.

д) Линейное увеличение предмета, даваемое собирающей линзой, определяют по формуле:

$$\Gamma = \frac{H}{H_0} = \frac{f}{d} = \frac{F}{d-F}.$$

Площадь S изображения предмета оказывается при этом увеличенной в число раз, равное

$$\Gamma_S = \frac{S}{S_0} = \frac{f^2}{d^2} = \Gamma^2, \qquad (15.5)$$

где S_0 — площадь предмета.

4. Тонкие двояковогнутые (с радиусом сферических поверхностей $-R_1$ и $-R_2$), плоско-вогнутые ($R_1 = \infty$ и $-R_2$) и вогнуто-выпуклые линзы ($-R_1$ и $+R_2$ при $|R_1| < |R_2|$) обладают следующими основными свойствами:

а) Если лучи падают на линзу параллельным пучком, то после преломления они расходятся так, что их продолжения пересекаются в одной точке, называемой фокусом. Геометрическое место фокусов представляет собой плоскость, параллельную плоскости линзы. Все фокусы у рассеивающей линзы мнимые, оптические оси расположены так же, как у собирающих линз.

б) Если лучи падают на рассеивающую линзу параллельно какой-либо оптической оси, то после преломления они идут так, что своим продолжением попадают в фокус, лежащий на этой оси.

в) Для тонкой рассеивающей линзы имеют место те же формулы, что и для выпуклого зеркала, с теми же правилами знаков перед d и f:

$$-\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}; \quad \Gamma = \frac{H}{H_0} = \frac{f}{d} = \frac{F}{d+F}.$$

г) При построении изображения точки в рассеивающей линзе пользуются лучом, идущим параллельно какой-либо оптической оси (после преломления он своим продолжением проходит через фокус, лежащий на этой оси), и лучом, проходящим через оптический центр (он идет не преломляясь). Все остальные лучи, падающие на линзу из точки-предмета, проходят через линзу так, что их продолжение попадает в ту же точку (изображение), где пересекаются продолжения характерных лучей.

5. Если F — фокусное расстояние линзы, $n_л$ — показатель преломления материала, из которого изготовлена линза, $n_{ср}$ — показатель преломления среды, в которой находится линза, R_1 и R_2 — радиусы кривизны одной и другой поверхности линзы, то

$$\frac{1}{F}=\left(\frac{n_л}{n_{ср}}-1\right)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R}\right). \quad (15.6)$$

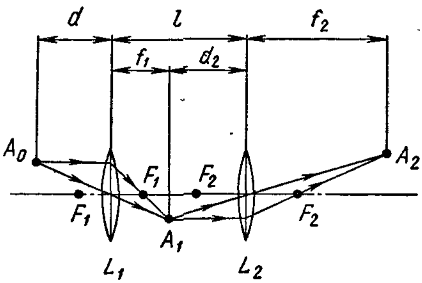

Рис. 15.2

Радиус кривизны выпуклой поверхности берут со знаком «плюс», вогнутой — со знаком «минус», для плоской — $R=\infty$.

Формулы $\pm\frac{1}{F}=\frac{1}{d}+\frac{1}{f}$ для собирающей и рассеивающей линзы, а также формула (15.6) справедливы лишь при условии, что по обе стороны линзы находится одна и та же среда. Если по обе стороны линзы находятся среды с разными показателями преломления, то положение изображения определяют с помощью формулы (15.4), применяя ее последовательно для каждой сферической поверхности.

6. Если две линзы (допустим, обе собирающие) с фокусными расстояниями F_1 и F_2 поставлены на расстоянии l друг от друга так, что их главные оптические оси совпадают (рис. 15.2), то изображение предмета и фокусное расстояние системы можно найти следующим образом.

Пусть точка A_0 находится на расстоянии d от первого стекла, которое дает изображение A_1 на расстоянии f_1 от линзы, тогда

$$\frac{1}{F_1}=\frac{1}{d}+\frac{1}{f_1}.$$

Рассматривая точку A_1 как предмет для второго стекла, удаленный от него на расстояние $d_2=l-f_1$, можно записать:

$$\frac{1}{F_2}=\frac{1}{l-f_1}+\frac{1}{f_2},$$

где f_2 — расстояние от второго стекла до изображения. Исключая из составленных уравнений f_1, получим зависимость между величинами d и f_2, характеризующими положение предмета и изображения, и величинами F_1, F_2 и l, характеризующими данную оптическую систему:

$$\frac{1}{F_2}=\frac{1}{f_2}+\frac{1}{l-\frac{F_1 d}{d-F_1}}. \quad (15.7)$$

Чтобы определить фокусное расстояние системы, нужно положить в этом уравнении $d=\infty$, тогда можно считать, что $f_2=F$, и, стало быть,

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{F_1-l}+\frac{1}{F_2}. \qquad (15.8)$$

Если тонкие линзы сложены вплотную, то $l=0$ и

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{F_1}+\frac{1}{F_2}, \quad \text{или} \quad D=D_1+D_2. \qquad (15.9)$$

Формулы (15.6) — (15.9) справедливы для любых тонких линз — и собирающих и рассеивающих. Оптическую силу собирающих линз берут в них со знаком «плюс», рассеивающих — со знаком «минус». Правило знаков перед d и f здесь такое же, как и в случае одиночной линзы. Нетрудно заметить, что формулу (15.8) нельзя использовать для нахождения положения изображения предмета, поставленного перед системой, формулу (15.9) — можно. Во втором случае имеет место равенство:

$$\frac{1}{F_1}+\frac{1}{F_2}=\frac{1}{d}+\frac{1}{f}.$$

7. Если предмет находится на расстоянии d от невооруженного глаза с недостатком зрения, d_0 — расстояние, на котором мы хотели бы видеть предмет в очках без особого напряжения, $F_л$ — фокусное расстояние очковой линзы, $F_х$ — фокусное расстояние хрусталика глаза, $F_с$ — фокусное расстояние системы хрусталик — линза, δ — расстояние от сетчатки до хрусталика, то при расположении линзы вплотную к глазу

$$\frac{1}{F_х}=\frac{1}{d}+\frac{1}{\delta}; \quad \frac{1}{F_с}=\frac{1}{d_0}+\frac{1}{\delta}; \quad \frac{1}{F_с}=\frac{1}{F_л}+\frac{1}{F_х},$$

откуда

$$F_л=\frac{dd_0}{d-d_0}. \qquad (15.10)$$

В том случае, когда $d=25$ см, $d=d_0$, $F_л=\infty$, мы имеем плоскопараллельную пластинку (очков не нужно). Если $d<d_0$ (близорукий глаз), то $F_л<0$ (необходима рассеивающая линза). Если $d>d_0$ (дальнозоркий глаз), то $F_л>0$ (необходима собирающая линза).

Оптические приборы, вооружающие глаз, дают увеличение

$$\Gamma=\frac{h}{h_0}=\frac{\varphi}{\varphi_0}, \qquad (15.11)$$

где h и h_0 — линейные размеры изображения на сетчатке вооруженного и невооруженного глаза; φ и φ_0 — углы, под которыми глаз видит предмет через прибор и без него.

Если не учитывать расстояние между глазом и линзой, то линейное увеличение, даваемое лупой с фокусным расстоянием F, будет равно:

$$\Gamma = \frac{f}{F} + 1. \qquad (15.12)$$

В частном случае, когда предмет расположен так, что его изображение получается на расстоянии наилучшего зрения нормального глаза $d_0 = 25$ см, должно быть

$$f = d_0.$$

Увеличение, даваемое микроскопом, равно:

$$\Gamma = \frac{F_1(F_2 + d_0)}{F_2(d - F_1)}, \qquad (15.13)$$

где d — расстояние от предмета до объектива микроскопа; F_1 — фокусное расстояние объектива; F_2 — фокусное расстояние окуляра и d_0 — расстояние от мнимого изображения предмета до глаза наблюдателя.

Расстояние L между окуляром и объективом (длина тубуса микроскопа) может быть найдено из формулы

$$L = \frac{F_1 d}{d - F_1} + \frac{F_2 d_0}{d_0 + F_2}. \qquad (15.14)$$

Если известны длина тубуса и фокусные расстояния линз объектива и окуляра, увеличение, даваемое микроскопом (для нормального глаза), можно определить по приближенной формуле:

$$\Gamma \approx \frac{L d_0}{F_1 F_2}. \qquad (15.15)$$

Для наблюдения изображений удаленных предметов под углом зрения бо́льшим, чем угол, под которым предмет виден невооруженным глазом, применяют зрительные трубы.

Труба Кеплера состоит из двух собирающих линз: длиннофокусного объектива и короткофокусного окуляра. Окуляр помещают относительно объектива так, что его передний фокус находится вблизи заднего фокуса объектива. Уменьшенное изображение предмета, даваемое объективом, рассматривают в окуляр как в лупу.

Увеличение, даваемое трубкой Кеплера, равно:

$$\Gamma = \frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{F_1}{F_2}, \qquad (15.16)$$

где α — угол зрения на далекий предмет; β — угол, под которым видно его изображение.

В трубе Галилея объективом служит собирающая линза, а окуляром — рассеивающая. Окуляр располагают так, чтобы его задняя фокальная плоскость находилась вблизи задней фокальной плоскости объектива. Изображение предмета, даваемое объективом, попадает за фокус объектива и служит для окуляра мнимым предметом.

Фокусное расстояние окуляра подбирают так, чтобы падающий на него сходящийся пучок лучей был преобразован в слегка расходящийся и окончательное изображение предмета рассматривалось ненапряженным глазом. Увеличение, даваемое трубой Галилея, определяется по формуле (15.14).

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ. ПРИМЕРЫ

1. Задачи на преломление света удобно разделить на три группы. К первой группе можно отнести задачи о преломлении света на плоской границе раздела двух сред, включая сюда задачи о прохождении лучей через плоскопараллельные пластинки и призмы. Ко второй — задачи на построение и расчеты изображений в одиночных линзах. В третью группу входят все задачи на оптические системы, состоящие из нескольких линз или линз и зеркал.

2. Задачи первой группы сравнительно просты. Их решают на основании формулы закона преломления с использованием тригонометрии и геометрии. При решении задачи нужно прежде всего сделать чертеж, где указать ход лучей, идущих из одной среды в другую. В точке падения луча на границу раздела сред, там, где он преломляется, следует провести нормаль и отметить углы падения и преломления, а также начальное направление луча. Перед тем как чертить преломленный луч, необходимо установить, переходит ли он из оптически менее плотной среды в более плотную или наоборот. В зависимости от этого луч отклоняется от своего начального направления или приближаясь к нормали в точке падения, или удаляясь от нее. Особого внимания заслуживает второй случай, так как здесь может наблюдаться явление полного отражения и луч вообще не войдет во вторую среду. (Чтобы не сделать ошибки и правильно изобразить дальнейший ход падающего луча, необходимо знать числовые значения относительного показателя преломления наиболее распространенных веществ и значения предельных углов.) После того как сделан чертеж, нужно записать формулу закона преломления для каждого перехода луча из одной среды в другую и составить вспомогательные уравнения, связывающие углы и расстояния, используемые в задаче. Затем остается решить полученную систему уравнений относительно неизвестной величины.

3. Задачи на построение изображения в одиночных линзах и расчеты, связанные с этим изображением, решаются почти так же, как и задачи на зеркала. Для каждого положения предмета нужно построить изображение, отметить характерные точки линзы (F и $2F$), расстояния от линзы до предмета и его изображения (d и f) и записать формулу линзы и формулу увеличения, связывающие расстояния d, f и F. Добавив к основным уравнениям вспомогательные (обычно они устанавливают дополнительные связи между расстоянием от линзы до предмета и изображения),