Заметим, что состояния вида

$$w(v) = \begin{bmatrix} w_1(v) \\ 0 \end{bmatrix} \tag{31}$$

образуют инвариантное подпространство $\check{\Phi}$ в $\overset{2}{\Phi}$ относительно представления $\overset{2}{T}{}^L$; в силу (30) вероятность $p(t)$ для $w \in \check{\Phi}$ имеет вид $p(t) = ae^{-\Gamma t}$. Это дает иллюстрацию того явления, когда закон распада $p(t)$ зависит от расположения производящих и регистрирующих приборов [см. (28) и (30)].

В общем случае беря n-мерное представление $a \to N_{(a,v)}$ группы трансляций T^4, заданное формулой (18), получаем закон распада $p(t)$ в виде

$$p(t) = e^{-\Gamma t} \sum_{k=0}^{2(n-1)} a_k t^k, \tag{32}$$

где a_k, $k = 0, 1, \ldots, 2(n-1)$, в формуле (32) зависит от расположения регистрирующих и производящих приборов [см. (28)].

B_2. *Нестабильные частицы со спином*

Волновой функцией нестабильной частицы со спином J является векторная функция $w_{i\mu}(v)$, $i = 1, 2, \ldots, \dim N_{(a,\mathring{v})}$, $\mu = -J, -J+1, \ldots, J-1, J$, на гиперболоиде скоростей. Используя те же рассуждения, что и выше, получаем следующее выражение для амплитуды вероятности:

$$(u(t=0), N_{tv_0} w(t=0)) = \int \frac{d_3 v}{v_0} \delta_\varepsilon(v) \overline{\alpha_{i\mu} (N_{tv_0})_{ik} w_{k\mu}(v)}. \tag{33}$$

В пределе $\varepsilon \to 0$ это дает

$$p(t) = |(u, w(t))|^2 = |\alpha_\mu N_{tv_0} \beta_\mu|^2, \quad \beta_{i\mu} \equiv w_{i\mu} \quad (t=0; v=0). \tag{34}$$

Это показывает, что закон распада для нестабильной частицы с произвольным спином J фактически определяется представлением $a \to N_{(a,v)}$ группы трансляций T^4.

Физическую интерпретацию настоящей теории и дальнейшие результаты см. в [699].

§ 5. Комментарии и дополнения

A. *Нерегулярные полупрямые произведения*

Представленная в § 1 теория дает полное описание всех неприводимых унитарных представлений в случае регулярных полупрямых произведений $N \rtimes S$. Если $N \rtimes S$ не регулярно, то формализм § 1 все еще может быть применен и мы получаем

обширный класс неприводимых индуцированных унитарных представлений. Разница состоит в том, что в этом случае мы не можем доказать, что каждое неприводимое унитарное представление является индуцированным. Поэтому класс полученных таким образом неприводимых унитарных представлений может быть неполным.

Б. *Полупрямые произведения типа I*

В приложениях важно знать, является ли данное полупрямое произведение группой типа I. Следующая теорема дает удобный критерий для решения этой задачи.

Теорема 1 (Макки). *Регулярное полупрямое произведение $N \rtimes S$ является группой типа I тогда и только тогда, когда для каждого $\hat{n} \in \hat{N}$ стационарная подгруппа $K_{\hat{0}_{\hat{n}}}$ является группой типа I.*

Группы Евклида и Пуанкаре принадлежат к типу I. В самом деле, пусть $G = E^3 \rtimes SO(3)$ — группа Евклида. В примере 1.2 мы показали, что стационарные подгруппы изоморфны SO(2) в случае $r > 0$ и SO(3) в случае $r = 0$. Поскольку каждая компактная группа является группой типа I, из теоремы 1 следует, что евклидова группа также является группой типа I.

Для группы Пуанкаре $\tilde{\Pi}$ стационарная подгруппа любого характера $\hat{n} \in \hat{N}$ является или простой группой Ли [т. е. SU(2), SL(2, R), SL(2, C)], или полупрямым произведением $T^2 \rtimes S^1$. Простые группы принадлежат к группам типа I. Полупрямое произведение $T^2 \rtimes S^1$ имеет в свою очередь только компактные стационарные подгруппы. Поэтому это группа типа I. Таким образом, $\tilde{\Pi}$ имеет стационарные подгруппы только типа I, и, следовательно, в силу теоремы 1 $\tilde{\Pi}$ — группа типа I.

В. *Комментарии*

Представления $U^{m,j}$, $m \geqslant 0$, $j = 0, {}^1/_2, 1, \ldots$, обычно используются для описания релятивистских элементарных свободных частиц с массой m и спином j. Представления с мнимой массой ($m^2 < 0$) не имеют прямой интерпретации. Однако они появляются при описании взаимодействий релятивистских двухчастичных систем, в частности эти представления интенсивно использовались в гармоническом анализе амплитуд рассеяния (гл. 21, § 6).