Напомним, что разложение Гаусса SL $(n, C) = \overline{\mathfrak{Z}DZ}$ означает, что почти каждый элемент $g \in$ SL (n, C) может быть однозначно разложен в виде

$$g = \zeta\delta z, \quad \zeta \in \mathfrak{Z}, \quad \delta \in D, \quad z \in Z, \tag{2а}$$

или

$$g = kz, \tag{2б}$$

где

$$k = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ 0 & k_{22} & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & k_{nn} \end{bmatrix} \in P = \mathfrak{Z}D, \tag{3}$$

$$z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ z_{21} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ z_{31} & z_{32} & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \\ z_{n1} & z_{n2} & \cdots & z_{n,\,n-1} & 1 \end{bmatrix} \in Z. \tag{4}$$

Матричные элементы z_{pq}, $n \geqslant p > q > 0$, элемента группы $z \in Z$ являются произвольными комплексными числами. Значит, мы можем представить их в виде $z_{pq} = x_{pq} + iy_{pq}$. Мы знаем, благодаря результатам гл. 3, § 11 [соотношение (38)], что группа треугольных матриц с равными единице диагональными элементами обладает инвариантной мерой, которую можно взять в виде

$$d\mu(z) = \prod_{p,\,q=1} dx_{pq}\, dy_{pq}, \quad n \geqslant p > q > 0. \tag{5}$$

В дальнейшем эту меру на группе Z мы используем для построения пространства $L^2(Z, \mu)$, в котором реализуются неприводимые унитарные представления SL (n, C).

§ 3. Основная невырожденная серия унитарных представлений группы SL (n, C)

Применим теперь общий формализм индуцированных представлений с целью построить класс неприводимых унитарных представлений SL (n, C). Напомним основные стадии построения индуцированных представлений. Пусть P — замкнутая подгруппа группы G, $X = P\backslash G$, и μ — квазиинвариантная мера на X. Пусть $k \to L_k$ — унитарное представление P в гильбертовом пространстве H. Тогда пространство H^L представления U^L, индуцирован-

ного представлением L подгруппы P, состоит из функций, удовлетворяющих

$$u(kg) = L_k u(g), \quad k \in P, \tag{1}$$

и

$$\int_X \| u(g) \|_H^2 \, d\mu(x) < \infty. \tag{2}$$

В реализации представления U^L в $H^L = L^2(X, \mu)$ действие $U^L_{g_0}$ задается по формуле (16.1.15), т. е.

$$U^L_{g_0} u(x) = \sqrt{\frac{d\mu(xg_0)}{d\mu(x)}} L_{k_{x_g g_0}} u(xg_0), \tag{3}$$

где $\frac{d\mu(xg_0)}{d\mu(x)}$ — производная Радона—Никодима, $x = \dot{g} = Pg = Pk_g x_g = Px_g$, а $k_{x_g g_0}$ определяется из разложения Макки (2.4.1) для $x_g g_0$, т. е. $x_g g_0 = k_{x_g g_0} x'$ с $x' \in S$, $k_{x_g g_0} \in P$.

В случае SL (n, C) мы имеем $P = \mathfrak{Z}D$. Поскольку D коммутативна, она имеет только одномерные неприводимые представления, а поскольку $\mathfrak{Z}$ нормальна в P, это представление расширяется до P, ввиду (3). Таким образом, построение индуцированных представлений SL (n, C) сводится к простому вычислению производной Радона—Никодима $d\mu(xg)/d\mu(x)$ и элемента $k_{x_g g_0} \in P$, соответствующего $x_g g_0 \in G$.

А. *Определение фактора* $k_{x_g g_0}$

Пусть D — диагональная (картановская) подгруппа группы SL (n, C), и пусть

$$\delta \to L_\delta = \chi(\delta) = \prod_{s=2}^{n} |\delta_{ss}|^{m_s + i\rho_s} \delta_{ss}^{-m_s}, \tag{4}$$

где m_s — целые, а ρ_s — вещественные числа, $s = 2, 3, \ldots, n$ — одномерное представление подгруппы D, задаваемое характером χ. Подгруппа P является полупрямым произведением $\mathfrak{Z} \rtimes D$, и $\mathfrak{Z}$ нормальна в P. Значит, отображение $L : (\zeta, \delta) \to I \cdot \chi(\delta)$ является наиболее общим унитарным одномерным представлением L подгруппы P:

$$k = (\zeta, \delta) \to L_k = I\chi(\delta) = \prod_{s=2}^{n} \overline{|k_{ss}|}^{m_s + i\rho_s} k_{ss}^{-m_s}, \quad k_{ss} = \delta_{ss}. \tag{5}$$

Используем L для построения индуцированного представления U^L группы SL (n, C).

Функция $u(x)$ из пространства H^L определяется в пространстве $X = P \backslash G$. Более удобным оказывается, однако, рассматривать

ее как функцию на групповом пространстве подгруппы Z. Это возможно благодаря следующей лемме.

ЛЕММА 1. *Множество $X = P\diagdown G$ совпадает с групповым пространством подгруппы Z с точностью до подмножества меры нуль относительно любой квазиинвариантной меры μ на X.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Из разложения Гаусса следует, что множество $G-KZ$ является множеством меры нуль относительно меры Хаара dg на G. Каноническая проекция π: $G \to P\diagdown G$ отображает dg-нулевые множества в $d\mu$-нулевые множества в X. Значит, $X-Z$ является $d\mu$-нулевым множеством, и лемма доказана.

Эта лемма позволяет нам почти с каждым смежным классом $Pg = x \in X$ однозначно ассоциировать элемент $z_g \in Z$, определяемый из равенства $g = k_g z_g$. Сравнивая разложение $g = k_g z_g$ с разложением Макки (2.4.1), $g = k_g x_g$, мы заключаем, что элементы $z_g \in Z$ играют роль элементов $x_g \in S$.

Пусть теперь разложение элемента $z_g g_0$ определяется согласно

$$\tilde{g} \equiv z_g g_0 = k_{\tilde{g}} z_{\tilde{g}}. \tag{6}$$

Ради простоты обозначений положим $z_{\tilde{g}} = \tilde{z}$, $k_{\tilde{g}} = \tilde{k}$. Элемент $\tilde{z}$ отвечает преобразованной точке xg_0 в равенстве (3). Явные формулы для матричных элементов $\tilde{k}$ и $\tilde{z}$ могут быть получены при помощи разложения Гаусса. Действительно, применяя формулу (3.11.18) для элемента группы

$$\tilde{g} = z_g g_0 = \tilde{k}\tilde{z} \qquad \left(\tilde{g}_{pq} = \sum_{s=1}^{p-1} z_{ps} g_{sq} \mid g_{pq}\right),$$

мы получаем

$$(\tilde{z})_{pq} = \frac{\begin{vmatrix} \tilde{g}_{pq} & \tilde{g}_{p,\,p+1} & \cdots & \tilde{g}_{p,\,n} \\ \tilde{g}_{p+1,\,q} & \tilde{g}_{p+1,\,p+1} & \cdots & \tilde{g}_{p+1,\,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \tilde{g}_{nq} & \tilde{g}_{n,\,p+1} & \cdots & \tilde{g}_{nn} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \tilde{g}_{pp} & \tilde{g}_{p,\,p+1} & \cdots & \tilde{g}_{pn} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \tilde{g}_{np} & \tilde{g}_{n,\,p+1} & \cdots & \tilde{g}_{nn} \end{vmatrix}},$$

$$\tilde{k}_{pp} = \frac{\begin{vmatrix} \tilde{g}_{pp} & \tilde{g}_{p,\,p+1} & \cdots & \tilde{g}_{pn} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \tilde{g}_{np} & \tilde{g}_{n,\,p+1} & \cdots & \tilde{g}_{nn} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \tilde{g}_{p+1,\,p+1} & \tilde{g}_{p+1,\,p+2} & \cdots & \tilde{g}_{pn} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \tilde{g}_{n,\,p+1} & \tilde{g}_{n,\,p+2} & \cdots & \tilde{g}_{nn} \end{vmatrix}}. \tag{7}$$

В частности, в случае SL (2, C) получаем

$$(\tilde{z})_{21} = \frac{g_{11}z + g_{21}}{g_{12}z + g_{22}}, \quad z \in G, \tag{8}$$

$$\tilde{k}_{11} = (g_{12}z + g_{22})^{-1}, \quad \tilde{k}_{12} = g_{12}, \quad \tilde{k}_{22} = g_{12}z + g_{22}. \tag{9}$$

Мы видим, что действие SL (2, C) на Z, которая в этом случае изоморфна аддитивной группе C комплексных чисел, задается дробно-линейным преобразованием (8). В случае SL (n, C), $n > 2$, отображение $z \to \tilde{z}$ является естественным обобщением дробно-линейного преобразования (8).

Б. *Определение производной Радона—Никодима* $\frac{d\mu(\tilde{z})}{d\mu(z)}$

Инвариантная мера $d\mu(z)$ на нильпотентной подгруппе Z дается формулой (2.5). Следовательно, производная Радона—Никодима $d\mu(\tilde{z})/d\mu(z)$ представляет собой фактически якобиан преобразования $z \to \tilde{z}$. Он компенсирует множитель, который появляется за счет неинвариантности меры $d\mu(z)$ на Z по отношению к действию группы SL (n, C) на Z. Имеет место следующая лемма.

Лемма 2. *Производная Радона—Никодима дается формулой*

$$\frac{d\mu(\tilde{z})}{d\mu(z)} = \prod_{s=2}^{n} |\tilde{k}_{ss}|^{-4(s-1)}, \tag{10}$$

где $\tilde{k}_{ss}$ *дано согласно* (7).

Доказательство. Пусть $(\tilde{z})_{pq}$ и z_{pq} — матричные элементы $\tilde{z}$ и z соответственно ($\tilde{g} = zg_0 = \tilde{k}\tilde{z}$). Введем для простоты некоторое упорядочение в переменных $(\tilde{z})_{pq}$ и $(z)_{pq}$, $n \geqslant p > q \geqslant 1$, полагая

$$(\tilde{z})_{pq} = w_l = u_l + iv_l, \tag{11}$$

$$(z)_{pq} = z_l = x_l + iy_l \quad \left(l = 1, 2, \ldots, \frac{n(n-1)}{2} = N\right). \tag{12}$$

Заметим, что ввиду (7) переменные (11) являются аналитическими функциями переменных (12).

Из равенства (2.5) вытекает, что производная Радона—Никодима задается при помощи якобиана

$$\frac{D(u_1, v_1, \ldots, u_n, v_n)}{D(x_1, y_1, \ldots, x_n, y_n)}.$$

При вычислении этого якобиана мы пользуемся следующим хорошо известным фактом: если $w_l = u_l + iv_l$, $l = 1, 2, \ldots, r$, — аналити-

ческие функции переменных $z_k = x_k + iy_k$, $k = 1, 2, \ldots, r$, то

$$\frac{D(u_1, v_1, \ldots, v_r, v_r)}{D(x_1, y_1, \ldots, x_r, y_r)} = \left| \frac{D(w_1, w_2, \ldots, w_r)}{D(z_1, z_2, \ldots, z_r)} \right|^2. \tag{13}$$

Докажем это методом индукции. При $r = 1$, воспользовавшись уравнениями Коши—Римана и соотношениями (8) и (9), мы получаем

$$\frac{D(u, v)}{D(x, y)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 = \left|\frac{d\tilde{z}}{dz}\right|^2.$$

Предположив, что равенство (13) справедливо при $s = m - 1$, находим для $s = m$

$$\frac{D(u_1, v_1, u_2, v_2, \ldots, u_m, v_m)}{D(x_1, y_1, x_2, y_2, \ldots, x_m, y_m)} = \frac{D(u_1, v_1, u_2, v_2, \ldots, u_m, v_m)}{D(x_1, y_1, u_2, v_2, \ldots, u_m, v_m)} \times$$

$$\times \frac{D(x_1, y_1, u_2, v_2, \ldots, u_m, v_m)}{D(x_1, y_1, x_2, y_2, \ldots, x_m, y_m)} = \frac{D(u_1, v_1)}{D(x_1, y_1)} \cdot \frac{D(u_2, v_2, \ldots, u_m, v_m)}{D(x_2, y_2, \ldots, x_m, y_m)} =$$

$$= \left|\frac{D(w_1)}{D(z_1)}\right|^2 \cdot \left|\frac{D(w_2, \ldots, w_m)}{D(z_2, \ldots, z_m)}\right|^2 = \left|\frac{D(w_1, w_2, \ldots, w_m)}{D(z_1, z_2, \ldots, z_m)}\right|^2.$$

Воспользовавшись теперь соотношениями (11) и (7), получаем

$$\frac{D(w_1, w_2, \ldots, w_n)}{D(z_1, z_2, \ldots, z_n)} = \prod_{s=2}^{n} (\tilde{k}_{ss})^{-2(s-1)}, \tag{14}$$

где $\tilde{k} \in K$ определяется из разложения $\tilde{g} = zg_0 = \tilde{k}\tilde{z}$, а явные выражения для матричных элементов $\tilde{k}_{ss}$ даны в (7).

В. *Основная серия представлений*

В силу равенств (1)—(3) пространство H^L представления U^L, индуцированного одномерным представлением L подгруппы K, состоит из всех измеримых функций $\varphi(z) = \varphi(\ldots, z_{pq}, \ldots)$, $0 < q < p \leqslant n$, удовлетворяющих условию

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \ldots \int_{-\infty}^{+\infty} |\varphi(\ldots, z_{pq}, \ldots)|^2 \, dx_{pq} \, dy_{pq} < \infty, \quad z_{pq} = x_{pq} + iy_{pq}. \tag{15}$$

Оператор U_g^L ввиду соотношений (3), (5) и (10) задается согласно

$$U_{g_0}^L \varphi(z) = \sqrt{\frac{d\mu(\tilde{z})}{d\mu(z)}} \, L_{\tilde{k}} \varphi(\tilde{z}) = \prod_{s=2}^{n} |\tilde{k}_{ss}|^{m_s + i\rho_s - 2(s-1)} \, \tilde{k}_{ss}^{-m_s} \varphi(\tilde{z}), \tag{16}$$

где

$$\tilde{g} = zg_0 = \tilde{k}\tilde{z}$$

а параметры $\tilde{k}_{ss}$ и компоненты $(\tilde{z})_{pq}$ элемента $\tilde{z}$ выписаны в (7).

Эта серия представлений называется *основной невырожденной серией*. Она характеризуется двумя наборами инвариантных чисел: целыми числами $m_2, m_3, \ldots, m_n$ и вещественными числами $\rho_2, \rho_3, \ldots, \rho_n$, определяющими характеры (2.4) подгруппы D.

Пример 1. Пусть $G = \mathrm{SL}(2, C)$, т. е. G — универсальная накрывающая группа группы Лоренца $\mathrm{SO}(3, 1)$. Подгруппа Z, согласно примеру 3.6.1, состоит из матриц z вида

$$z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ z & 1 \end{bmatrix}, \quad z = x + iy, \quad x, y \in R^1, \tag{17}$$

где мы обозначили матричный элемент z_{21} той же буквой z, что и матрицу $z \in Z$.

Подгруппа P состоит из матриц вида

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ 0 & k_{22} \end{bmatrix}, \quad k_{11}k_{22} = 1. \tag{18}$$

Несущее пространство $H^L = L_1^2(Z, \mu)$ состоит из классов эквивалентности измеримых функций, для которых

$$\int |\varphi(z)|^2 \, d\mu(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |\varphi(z)|^2 \, dx \, dy < \infty. \tag{19}$$

Пусть

$$\mathrm{SL}(2, C) \ni g = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix}, \quad \alpha\delta - \beta\gamma = 1.$$

Тогда с учетом соотношений (5), (8), (9) и (10) получаем

$$L_{\tilde{k}} = |\tilde{k}_{22}|^{m_2 + i\rho_2} \tilde{k}_{22}^{-m_2}, \quad \tilde{z} = \frac{\alpha z + \gamma}{\beta z + \delta}, \quad \tilde{k}_{22} = \beta z + \delta, \tag{20}$$

и

$$\frac{d\mu(\tilde{z})}{d\mu(z)} = |\tilde{k}_{22}|^{-4}.$$

Значит, представление U^L, заданное в (16), принимает вид

$$U_g^L \varphi(z) = \sqrt{\frac{d\mu(\tilde{z})}{d\mu(z)}} \cdot L_{\tilde{k}} \varphi(\tilde{z}) = |\beta z + \delta|^{m_2 + i\rho_2 - 2} \times$$
$$\times (\beta z + \delta)^{-m_2} \varphi\left(\frac{\alpha z + \gamma}{\beta z + \delta}\right). \tag{21}$$

Заметим, что при помощи аналитического продолжения множителя формулу (21) можно привести к виду, совпадающему с формулой (8.2.24) для конечномерных индуцированных представлений группы $\mathrm{SL}(2, C)$ (см. упражнение 8.2.1).

Теорема 1.3 показывает, что каждое представление U^L основной серии неприводимо.

Чтобы установить свойства эквивалентности неприводимых представлений SL (n, C), удобно ввести другую нормировку инвариантных чисел m_i и ρ_i, $i = 1, 2, \ldots, n$. Поскольку $\prod_{s=1}^{n} k_{ss} = 1$, мы можем либо положить $m_1 = \rho_1 = 0$ (как мы и сделали), либо можем сохранить элемент k_{11} в

$$\chi(\delta) = \prod_{s=1}^{n} (k_{ss})^{m_s + i\rho_s} k_{ss}^{-m_s}$$

и ввести более «симметричную» нормировку

$$\begin{aligned} m_1 + m_2 + \cdots + m_n &= 0, \\ \rho_1 + \rho_2 + \cdots + \rho_n &= 0. \end{aligned} \tag{22}$$

Задача об эквивалентности неприводимых представлений решается следующим образом.

Теорема 3. *Два неприводимых представления основной невырожденной серии эквивалентны тогда и только тогда, когда наборы пар удовлетворяющих* (22) *инвариантных чисел*

$$(m_1, \rho_1), (m_2, \rho_2), \ldots, (m_n, \rho_n)$$

и

$$(m'_1, \rho'_1), (m'_2, \rho'_2), \ldots, (m'_n, \rho'_n),$$

которые определяют эти неприводимые представления, могут быть получены одни из других при помощи перестановки.

Доказательство. Группа Вейля W переставляет характеры; значит, теорема следует из теоремы 1.2 (3).

Г. *Редукция основной серии представлений при сужении на подгруппу* SU (n)

Рассмотрим теперь задачу о нахождении неприводимых представлений SU (n), которые входят в сужение представления U^L основной серии SL (n, C) на подгруппу SU (n). Эта задача возникает во многих приложениях теории групп в физике частиц. Следующая теорема дает полный ответ на этот вопрос. Доказательство теоремы вновь демонстрирует мощь ИР-теоремы.

Теорема 4. *Пусть U^L — неприводимое представление группы* SL (n, C), *индуцированное одномерным представлением L минимальной параболической подгруппы P, и пусть T — неприводимое представление* SU (n). *Пусть M — подгруппа $M =$ = SU $(n) \cap P$. Тогда кратность представления T в представле-*

нии $U^L_{\mathrm{SU}(n)}$ *равна кратности одномерного представления* L_M *в представлении* T_M [1]).

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Теорема представляет собой частный случай ИР-теоремы. Поскольку всякий элемент $g \in \mathrm{SL}(n, C)$ может быть записан в виде $g = ku$ [см. (2.2а)], существует только один двойной смежный класс P: $\mathrm{SU}(n)$. Применяя ИР-теорему, мы находим, что U^L, суженное на $\mathrm{SU}(n)$, является представлением группы $\mathrm{SU}(n)$, которое индуцировано представлением L, ограниченным на подгруппу $\mathrm{SU}(n) \cap P = M$. Применяя теперь теорему взаимности Фробениуса, мы получаем утверждение теоремы 4.

Замечание 1. Представление L подгруппы P при сужении на M имеет вид

$$M \ni \gamma = \begin{bmatrix} \exp(i\varphi_1) & \cdots & 0 \\ & \ddots & \vdots \\ 0 & & \exp(i\varphi_n) \end{bmatrix} \to L_\gamma = \exp[i(m_2\varphi_2 + \cdots + m_n\varphi_n)].$$

Всякое неприводимое представление T группы $\mathrm{SU}(n)$ однозначно определяется своим старшим весом m, а со старшим весом m ассоциируется весовая диаграмма. В теореме 4 фактически утверждается, что кратность представления T в представлении $U^L_{\mathrm{SU}(n)}$ равна кратности веса $m_L = (m_2, m_3, \ldots, m_n)$ в весовой диаграмме, ассоциированной со старшим весом m.

Замечание 2. Сужение представления L группы P на подгруппу M не зависит от инвариантных чисел $\rho_2, \ldots, \rho_n$, поскольку L является фактически характером D [см. соотношение (4)]. Следовательно, неэквивалентные представления основной серии с одинаковыми инвариантными числами $m_2, \ldots, m_n$, но различными $\rho_2, \ldots, \rho_n$, имеют одно и то же содержание относительно $\mathrm{SU}(n)$.

Из теоремы 4 можно получить следующий полезный вывод.

СЛЕДСТВИЕ. *Неприводимое представление* T *группы* $\mathrm{SU}(n)$, *отвечающее наинизшему возможному старшему весу, содержится в* $U^L_{\mathrm{SU}(n)}$ *только один раз. Этот наинизший старший вес равен весу* m_L.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Действительно, представление T, старший вес m которого равен m_L, удовлетворяет условию теоремы 5 и поэтому содержится в $U^L_{\mathrm{SU}(n)}$. Оно содержится только один раз, так как старший вес в любом неприводимом представлении невы-

---

[1]) L_M и T_M обозначают сужение на подгруппу M представления L группы P и представления T группы $\mathrm{SU}(n)$.

рожден. Любое другое представление T', в котором m_L не является старшим весом, определяется старшим весом m', который старше, чем m_L.

Следующий пример иллюстрирует содержание теоремы 4.

Пример 2. Пусть $G = \mathrm{SL}(2, C)$, и пусть U^L — представление основной серии, индуцированное представлением L подгруппы P. Представление L определяется характером $\chi(\delta) = |\delta|^{m_2+i\rho_2}\delta^{-m_2}$, $\delta = \begin{bmatrix} \delta^{-1} & 0 \\ 0 & \delta \end{bmatrix} \in D$. Неприводимое представление T^J группы SU (2) определяется при помощи J, $J = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \ldots$. Пусть Y^J_m, $m = -J, -J+1, \ldots, J-1, J$, — базис пространства представления T^J. Хорошо известно, что элемент $\gamma \in M$,

$$\gamma = \begin{bmatrix} \exp(-i\varphi) & 0 \\ 0 & \exp(i\varphi) \end{bmatrix},$$

соответствует вращению вокруг оси z на угол 2φ. Значит, $T^J_\gamma Y^J_m = \exp(2im\varphi)\, Y^J_m$, и каждое представление $\varphi \to \exp(2im\varphi)$ подгруппы M появляется с кратностью один. Следовательно, T^J при сужении на M (т. е. T^J_M) содержит L_M тогда и только тогда, когда $m_2/2$ является одним из чисел $J, J-1, \ldots, -J$. Таким образом, если $J \geqslant m_2/2$, представление T^J входит в $U^L_{\mathrm{SU}(2)}$ с кратностью один, т. е.

$$U^L_{\mathrm{SU}(2)} = \sum_{J=\left|\frac{m_2}{2}\right|}^{\infty} \oplus\, T^J(\mathrm{SU}(2)). \tag{24}$$

Заметим, что два неэквивалентных представления U^L и $U^{L'}$, для которых $\rho_2 \neq \rho_2'$, а $m_2 = m_2'$, имеют одинаковое разложение (24).

§ 4. Основные вырожденные серии группы SL (n, C)

Опишем теперь так называемые *основные вырожденные серии*. Эти серии обладают различной степенью вырожденности и описываются при помощи $2n - 2k$, $k = 2, 3, \ldots, n-1$, инвариантных чисел соответственно.

Пусть

$$n = n_1 + n_2 + \cdots + n_r, \quad r \geqslant 2, \quad r \neq n, \tag{1}$$