

# Комментарии к иллюстрациям

В трехмерной топологии известен следующий способ задания многообразий. Оказывается, любое компактное замкнутое трехмерное многообразие получается склейкой двух экземпляров трехмерных шаров с «ручками» по некоторому диффеоморфизму границ этих трехмерных тел. На переднем форзаце изображен один из простейших случаев такой склейки, когда многообразия являются результатом склейки двух полноторий (шаров с одной ручкой). Катящиеся диски на рисунке изображают такие полнотория.

Современная топология находит широкое применение в механике и математической физике. В частности, топологические методы широко используются в качественной теории движения твердого тела. На иллюстрации перед гл. I показан момент распада быстро вращающегося тяжелого несимметричного волчка. Топологические методы позволяют дать точное качественное описание таких эффектов.

На рисунке перед гл. II представлены множества различной топологической природы. Бесконечное дискретное множество (фигурки людей), симплиціальные объекты (пирамиды, призмы и их склейки), гладкие многообразия. В специальных разделах топологии характеристики таких пространств изучаются различными методами (см. гл. III, IV, V). Общая топология изучает все эти объекты как топологические пространства, рассматривая их наиболее общие свойства, такие, как отделимость, компактность, связность.

В хитросплетении поверхностей на рисунке перед гл. III читатель может увидеть такие важные топологические объекты, как двумерные поверхности и их гомологии, фундаментальные группы поверхностей, трансформации поверхностей уровня гладких функций на многообразии (см. склейки и перестройки торов в местах разветвлений «стволов деревьев» на рисунке).

Известно, что всякое гладкое многообразие локально может быть задано как совместная поверхность уровня нескольких гладких функций. Например, всякая гладкая поверхность в трехмерном евклидовом пространстве локально может быть задана в виде графика подходящей гладкой функции. Это вы и видите на рисунке перед гл. IV, который показывает также различные типы критических точек функции, задающей поверхность (перевалы, долины, горные вершины).

На иллюстрации перед гл. V показаны разнообразие полиэдры и их симплиціальные разбиения. В то же время здесь присутствует и клеточный комплекс, склеенный из «мягких» объектов (клеток), в отличие от «жестких» угловатых симплексов, из которых склеены симплиціальные комплексы.

После прочтения настоящей книги читатель может смело приступать к изучению более специальных разделов топологии, в частности, алгебраической геометрии. На заднем форзаце показана поверхность уровня сложной алгебраической функции (см. центр рисунка) с заданной на ней системой криволинейных координат. Координатные квадраты измельчаются там, где кривизна поверхности растет. Разломы «льдин», показанные на рисунке, изображают сингулярности алгебраических функций.

Кроме математических объектов, как заметил читатель, на всех этих рисунках явно или неявно присутствует человек, его творческая создающая мысль, стремящаяся к познанию великолепной гармонии окружающего мира, мира движущихся и взаимодействующих, изменяющихся и переплетающихся пространственно-временных форм. Авторы вместе с художником надеются, что представленные на иллюстрациях художественные образы помогут читателю в прямом смысле заглянуть в мир современной топологической науки, которая все больше проникает в самые различные области знания и все более емко и глубоко вписывается в человеческое мировоззрение.