

Оглавление

Предисловие	7
Глава I. ПЕРВЫЕ ПОНЯТИЯ ТОПОЛОГИИ	11
§ 1. Что такое топология?	11
§ 2. Обобщение понятий пространства и функции	18
1. Метрическое пространство (18). 2. Сходящиеся последовательности и непрерывные отображения (20).	
§ 3. От метрического пространства к топологическому (наглядный материал)	23
1. Метод «склейки» (23). 2. О понятии топологического пространства (25). 3. Склейка двумерных поверхностей (27).	
§ 4. Понятие римановой поверхности	35
§ 5. Немного об узлах	41
§ 6. О некоторых приложениях топологии в физике	43
Обзор рекомендуемой литературы	58
Глава II. ОБЩАЯ ТОПОЛОГИЯ	61
§ 1. Топологическое пространство и непрерывное отображение	61
1. Определение топологического пространства (61). 2. Окрестности (64). 3. Непрерывное отображение. Гомеоморфизм (66). 4. Подпространство топологического пространства (67).	
§ 2. Топология и непрерывные отображения метрических пространств. Пространства \mathbb{R}^n , S^{n-1} , D^n	68
1. Топология в метрическом пространстве (68). 2. Пространство \mathbb{R}^n (70). 3. Диск D^m гомеоморфен \mathbb{R}^m (73).	
§ 3. Факторпространство и фактортопология	75
1. Определение фактортопологии (75). 2. Примеры факторпространств (76). 3. Отображения факторпространств (78).	
§ 4. Классификация поверхностей	80
1. Поверхности и их триангуляция (80). 2. Развертка поверхности (82). 3. Классификация разверток (84). 4. Эйлера характеристика и топологическая классификация поверхностей (89).	
§ 5. Пространства орбит; проективные и линзовые пространства	91
1. Определение пространства орбит (91). 2. Проективные пространства $\mathbb{R}P^n$, $\mathbb{C}P^n$ (92). 3. Линзовые пространства (93).	
§ 6. Операции над множествами в топологическом пространстве	94
1. Замыкание множества (94). 2. Внутренность множества (96). 3. Граница множества (97).	

§ 7. Операции над множествами в метрическом пространстве. Шар и сфера. Полнота	98
1. Операции над множествами в метрическом пространстве (98). 2. Шар и сфера в \mathbb{R}^n (99). 3. Шар и сфера в произвольном метрическом пространстве (100). 4. Полнота метрических пространств (101).	
§ 8. Свойства непрерывных отображений	102
1. Эквивалентные определения непрерывного отображения (102). 2. Три задачи о непрерывных отображениях (103).	
§ 9. Произведение топологических пространств	104
1. Топология в прямом произведении пространств (104). 2. Непрерывные отображения в произведение пространств (109).	
§ 10. Связность топологических пространств	111
1. Понятие связности топологического пространства (111). 2. Свойства связных пространств (113). 3. Связные компоненты (116).	
§ 11. Аксиомы счетности и отделимости	117
1. Аксиомы счетности (117). 2. Свойства отделимости пространства (119). 3. Хаусдорфовы пространства с первой аксиомой счетности (122).	
§ 12. Нормальные пространства и функциональная отделимость	123
1. Эквивалентное определение нормального пространства (123). 2. Функциональная отделимость. Теоремы Урысона о продолжении числовых функций (124).	
§ 13. Компактные, локально компактные и паракомпактные пространства и их отображения	128
1. Понятие компактного пространства (128). 2. Отображения компактных пространств (134). 3. Произведение компактных пространств (135). 4. Компактность в метрическом пространстве (137).	
§ 14. Компактные расширения топологических пространств. Метризация	138
1. Компактные расширения (138). 2. Метризуемость топологических пространств (141). 3. Топология пространств подмножеств и многозначные отображения (141).	
Обзор рекомендуемой литературы	143
Глава III. ТЕОРИЯ ГОМОТОПИЙ	145
§ 1. Пространство отображений. Гомотопия, ретракция, деформация	145
1. Пространство непрерывных отображений (145). 2. Гомотопия (147). 3. Продолжение отображений (149). 4. Ретракция (150). 5. Цилиндр отображения (152).	
§ 2. Категория, функтор и алгебраизация топологических задач	153
1. Категория (153). 2. Функторы (155).	
§ 3. Функторы гомотопических групп	157
1. Гомотопическая группа пространства (157). 2. Фундаментальная группа (164).	
§ 4. Вычисление фундаментальных и гомотопических групп некоторых пространств	169
1. Линейчатые пути на поверхности и их комбинаторные гомотопии (169). 2. Комбинаторные аппроксимации путей и гомотопий (172). 3. Фундаментальная группа окружности (175). 4. Фундаментальная группа поверхности (177). 5. Топологическая инвариантность эйлеровой характеристики поверхности (180). 6. О вычислении высших гомотопических групп (180). 7. Некоторые применения (183). 8. Степень отображения (184). 9. Некоторые результаты о гомотопических группах конкретных пространств (186).	
Обзор рекомендуемой литературы	187

Глава IV. МНОГООБРАЗИЯ И РАССЛОЕНИЯ	189
§ 1. Основные понятия дифференциального исчисления в n -мерном пространстве	189
1. Гладкие отображения (189). 2. Ранг отображения (191). 3. Теорема о неявной функции (191). 4. «Криволинейные» системы координат (193). 5. Теорема о выпрямлении (193). 6. Лемма о представлении гладких функций (197).	
§ 2. Гладкие подмногообразия в евклидовом пространстве	198
1. Понятие гладкого подмногообразия в \mathbb{R}^N (198). 2. Примеры подмногообразий (200).	
§ 3. Гладкие многообразия	203
1. Понятие гладкого многообразия (203). 2. Проективные пространства (208). 3. Индуцированные структуры (210). 4. Многообразия матриц (211). 5. Многообразия Грассмана (213). 6. Многообразия Штиффеля (214). 7. Произведение многообразий (215). 8. Группы Ли (215). 9. Риманова поверхность (216). 10. Конфигурационное пространство (217). 11. Многообразия с краем (217). 12. Существование гладких структур (220).	
§ 4. Гладкие функции на многообразии и гладкое разбиение единицы	220
1. Понятие гладкой функции на многообразии (220). 2. Разбиение единицы (221). 3. Алгебра C^r -функций на многообразии (226).	
§ 5. Отображения многообразий	227
1. Понятие гладкого отображения (227). 2. Классификация одномерных многообразий (232). 3. Регулярные и нерегулярные точки гладкого отображения (238). 4. Иммерсии, субмерсии, вложения, подмногообразия (243). 5. Степень отображения по модулю 2 (252).	
§ 6. Касательное расслоение и касательное отображение	261
1. Идея касательного пространства (261). 2. Понятие касательного пространства к многообразию (262). 3. Касательное расслоение (267). 4. Риманова метрика (270). 5. Касательное отображение (271). 6. Ориентация многообразия (273).	
§ 7. Касательный вектор как дифференциальный оператор. Дифференциал функции и кокасательное расслоение	275
1. Новое определение вектора (275). 2. Касательное расслоение (277). 3. Касательное отображение (281). 4. Дифференциал функции и касательное расслоение (282).	
§ 8. Векторные поля на гладких многообразиях	285
1. Касательный вектор к гладкому пути (285). 2. Динамическая группа физической системы и ее инфинитезимальная образующая (286). 3. Гладкое векторное поле (287). 4. Алгебра Ли векторных полей (289). 5. Ковекторные поля (290).	
§ 9. Расслоения и накрытия	291
1. Подготовительные примеры (291). 2. Определение расслоения (293). 3. Векторные расслоения (295). 4. Накрытия (297). 5. Разветвленные накрытия (315).	
§ 10. Гладкая функция на многообразии и клеточная структура многообразия (пример)	318
1. Пример функции на торе (318). 2. Клеточный комплекс (318).	
§ 11. невырожденная критическая точка и ее индекс	322
1. невырожденные критические точки (322). 2. Лемма Морса (324). 3. Поле градиента (326).	
§ 12. Критические точки и гомотопический тип многообразия	327
1. Строение лебеговых множеств гладких функций (327). 2. Условия гомотопической эквивалентности лебеговых множеств (328). 3. Изменение	

гомотопического типа при переходе через критическое значение (328). 4. Гомотопический тип многообразия (331). 5. Понятие точной последовательности расслоения (дополнение к § 9) (332).	
Обзор рекомендуемой литературы	332
Глава V. ТЕОРИЯ ГОМОЛОГИЙ	335
§ 1. Вступительные замечания	335
§ 2. Гомологии цепных комплексов	338
§ 3. Группы гомологий симплициальных комплексов	341
1. Симплициальные комплексы и полиэдры (341). 2. Гомологии симплициальных комплексов и полиэдров (343). 3. Вычисление гомологий конкретных полиэдров (345). 4. Барицентрические подразделения. Симплициальные отображения (353).	
§ 4. Сингулярная теория гомологий	355
1. Группы сингулярных гомологий (355). 2. Свойства групп сингулярных гомологий (359). 3. Гомологии и гомотопии (365).	
§ 5. Аксиомы теории гомологий. Когомологии	366
1. Аксиома гомотопии (366). 2. Аксиома точности (367). 3. Аксиома вырезания (367). 4. Аксиома размерности (367).	
§ 6. Гомологии сфер. Степень отображения	369
1. Группы гомологий сферы (369). 2. Степень отображения (373). 3. Вращение векторного поля (377).	
§ 7. Гомологии клеточного комплекса	385
§ 8. Эйлерова характеристика и число Лефшеца	391
1. Число Лефшеца симплициального отображения (391). 2. Число Лефшеца непрерывного отображения (395). 3. Эйлерова характеристика многообразия и особые точки векторного поля (398). 4. Число Лефшеца как сумма индексов неподвижных точек (399).	
Обзор рекомендуемой литературы	411
Комментарии к иллюстрациям	412
Список литературы	413