при этом более сложными. Это обстоятельство не вносит принципиальных изменений в закономерности эффекта Холла, но может иметь решающее значение в явлениях магнетосопротивления. В частности, в этом случае магнитное поле, параллельное электрическому, тоже может привести к изменению сопротивления; отношение ρ_∞/ρ в сильных магнитных полях может оказаться зависящим от магнитной индукции (см. гл. XIII).

§ 4. Смешанная проводимость

Как мы увидим ниже, в полупроводниках встречаются часто случаи, когда необходимо считать, что перенос электрического заряда производится частицами разных типов. Поэтому для дальнейшего необходимо обобщить полученные результаты на случай одновременного присутствия различных носителей заряда.

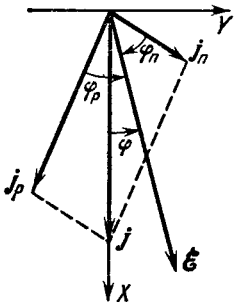

Рис. 1.8. Эффект Холла при смешанной проводимости.

а. Эффект Холла. Качественная картина эффекта Холла при двух разных типах частиц показана на рис. 1.8. Для определенности принято, что частицы одного типа заряжены положительно, а другого — отрицательно. Тогда векторы плотности тока положительных частиц $\mathbf{j}_p$ и отрицательных частиц $\mathbf{j}_n$ будут направлены так, что вектор результирующего электрического поля $\mathcal{E}$ окажется повернутым относительно $\mathbf{j}_p$ на угол Холла φ_p в положительном направлении и на угол φ_n относительно $\mathbf{j}_n$ в отрицательном направлении. Результирующая плотность тока равна $\mathbf{j} = \mathbf{j}_p + \mathbf{j}_n$. Наблюдаемый на опыте результирующий угол Холла φ есть угол, на который повернут вектор $\mathcal{E}$ относительно вектора $\mathbf{j}$. Этот угол может быть как положительным, так и отрицательным, в зависимости от величин и направлений $\mathbf{j}_p$ и $\mathbf{j}_n$, т. е. в зависимости от соотношения между концентрациями и подвижностями частиц обоих типов.

Для вычисления результирующего угла Холла вернемся опять к выражениям для плотности тока, создаваемой частицами сорта «i», которые, учитывая соотношение (1.8), запишем в виде

$$j_x^{(i)} = \sigma_{xx}^{(i)} (\mathcal{E}_x + \mathcal{E}_y \operatorname{tg} \varphi^{(i)}), \qquad j_y^{(i)} = \sigma_{yy}^{(i)} (\mathcal{E}_y - \mathcal{E}_x \operatorname{tg} \varphi^{(i)}). \tag{4.1}$$

Составляющие полного тока, с учетом (3.11), можно записать в виде

$$\begin{aligned} j_x &= \sum_i j_x^{(i)} = \mathcal{E}_x \sum \sigma_{xx}^{(i)} + \mathcal{E}_y \sum \sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg} \varphi^{(i)}, \\ j_y &= \sum_i j_y^{(i)} = -\mathcal{E}_x \sum \sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg} \varphi^{(i)} + \mathcal{E}_y \sum \sigma_{xx}^{(i)}. \end{aligned} \tag{4.2}$$

Если, как и раньше, холловские электроды разомкнуты, то $j_y = 0$. Отсюда находим результирующий угол Холла:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\mathscr{E}_y}{\mathscr{E}_x} = \frac{\sum \sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg}\varphi^{(i)}}{\sum \sigma_{xx}^{(i)}}. \tag{4.3}$$

Так как $\varphi^{(i)}$ выражаются формулой (3.14), то отсюда можно найти $\operatorname{tg}\varphi$, если известны концентрации (входящие в σ_{xx}) и холловские подвижности для частиц каждого сорта.

Чтобы найти постоянную Холла, исключим из соотношений (4.2) поле $\mathscr{E}_x$. Тогда получим

$$\mathscr{E}_y = \frac{\sum \sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg}\varphi^{(i)}}{\left(\sum \sigma_{xx}^{(i)}\right)^2 + \left(\sum \sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg}\varphi^{(i)}\right)^2}\, j_x.$$

Сравнивая это с формулой (1.6), находим

$$R\mathscr{B} = \frac{\sum \sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg}\varphi^{(i)}}{\left(\sum \sigma_{xx}^{(i)}\right)^2 + \left(\sum \sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg}\varphi^{(i)}\right)^2}. \tag{4.4}$$

Или, вводя в числителе холловские подвижности,

$$R = \frac{1}{c}\,\frac{\sum \sigma_{xx}^{(i)} \mu_H^{(i)}}{\left(\sum \sigma_{xx}^{(i)}\right)^2 + \left(\sum \sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg}\varphi^{(i)}\right)^2}. \tag{4.4a}$$

В этой формуле все величины в общем случае зависят от магнитной индукции и поэтому «постоянная» Холла не является постоянной, а тоже зависит от $\mathscr{B}$. Однако в слабом магнитном поле она принимает постоянное значение.

Если имеется только два различных типа частиц и магнитное поле слабое, то

$$\operatorname{tg}\varphi^{(i)} \ll 1, \qquad \sigma_{xx}^{(i)} \simeq e n^{(i)} \mu^{(i)}$$

и формула (4.4а) принимает вид

$$R = \frac{1}{ce}\,\frac{n_1\mu_1\mu_{1H} + n_2\mu_2\mu_{2H}}{(n_1\mu_1 + n_2\mu_2)^2}. \tag{4.5}$$

Если еще считать, что холловский фактор γ одинаков для частиц каждого типа:

$$\gamma = \frac{\mu_{1H}}{\mu_1} = \frac{\mu_{2H}}{\mu_2},$$

то полученный результат можно представить в таком виде:

$$R = \frac{\gamma}{cen_1}\,\frac{1 + \frac{n_2}{n_1}\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)^2}{\left(1 + \frac{n_2}{n_1}\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)^2}, \tag{4.5a}$$

где второй множитель в правой части представляет поправку, вносимую частицами типа 2.

В случае очень сильного магнитного поля, удовлетворяющего условиям (3.24) и (3.25), мы имеем $\operatorname{tg}\varphi^{(i)} \gg 1$, и поэтому в формуле (4.4) можно положить

$$\sum \sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg}\varphi^{(i)} \gg \sum \sigma_{xx}^{(i)}, \qquad \zeta_2^{(i)} \simeq \frac{1}{\omega_{ci}^2},$$

$$\sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg}\varphi^{(i)} = \frac{e^2 n^{(i)}}{m^{(i)}} \zeta_1^{(i)} \cdot \omega_{ci} \frac{\zeta_2^{(i)}}{\zeta_1^{(i)}} \simeq \frac{cen^{(i)}}{\mathscr{H}}.$$

Тогда получается

$$R_\infty = \frac{1}{ce\,(n_1+n_2)}. \tag{4.6}$$

Следовательно, в этом предельном случае постоянная Холла тоже становится не зависящей от магнитного поля. Она не зависит вовсе и от отношения подвижностей γ и определяется только суммарной концентрацией частиц. Поэтому в принципе определение концентрации заряженных частиц с помощью измерения постоянной Холла в сильном магнитном поле имеет большие преимущества. Однако, к сожалению, на опыте не часто удается осуществить условия, в которых одновременно выполняются оба неравенства (3.24) и (3.25).

Рассмотренный случай двух типов частиц, заряженных одинаково, встречается довольно часто. Мы имеем его, например, в германии и кремнии, в которых существуют так называемые «легкие» и «тяжелые» положительные дырки (см. гл. IV). Он реализуется также во многих полупроводниках, содержащих примеси, при низких температурах, когда, кроме электропроводности обычного типа, играет заметную роль еще так называемая проводимость в примесной зоне (см. § IV.7).

Еще более часто мы имеем случай, когда электропроводность осуществляется частицами двух различных типов, заряженными разноименно (отрицательные электроны и положительные дырки, см. ниже). В этом случае мы должны везде приписать углу Холла для отрицательных частиц знак минус. Поэтому, если p и n — концентрации положительных и, соответственно, отрицательных частиц, в формулу (4.6) вместо $(n_1 + n_2)$ войдет $(p - n)$. Выражение для постоянной Холла в слабых полях будет

$$R = \frac{1}{ce} \frac{p\mu_p\mu_{pH} - n\mu_n\mu_{nH}}{(p\mu_p + n\mu_n)^2}, \tag{4.7}$$

где индексы p и n указывают, к частицам какого типа относятся значения подвижностей. Если не требуется большая точность, то можно еще приближенно положить $\mu_{pH} \simeq \mu_p$, $\mu_{nH} \simeq \mu_n$, и тогда

$$R = \frac{1}{ce} \frac{p - nb^2}{(p + nb)^2}, \tag{4.7a}$$

где $b = \mu_n/\mu_p$. В этой форме выражение для R используется наиболее часто. Из (4.7а) видно, что в случае смешанной проводимости постоянная Холла может быть как положительна, так и отрицательна, в зависимости от соотношения между концентрациями частиц обоих типов. В частности, если $p = nb^2$, постоянная Холла обращается в нуль.

б. Магнетосопротивление. Аналогично обобщаются на случай смешанной проводимости и формулы для магнетосопротивления. Полагая в соотношениях (4.2) $j_y = 0$ и исключая из них $\mathscr{E}_y$, находим

$$j_x = \mathscr{E}_x \left\{ \sum \sigma_{xx}^{(i)} + \frac{\left(\sum \sigma_{xx}^{(i)} \operatorname{tg} \varphi^{(i)}\right)^2}{\sum \sigma_{xx}^{(i)}} \right\}.$$

Здесь множитель, стоящий в скобках, есть электропроводность в магнитном поле $\sigma_\perp(\mathscr{B})$. Поэтому, учитывая еще формулу (4.3), получаем

$$\sigma_\perp(\mathscr{B}) = (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) \sum \sigma_{xx}^{(i)}. \tag{4.8}$$

Таким образом, электропроводность в магнитном поле можно выразить через результирующий угол Холла и диагональные члены тензора электропроводности. На исследовании различных частных случаев этого соотношения мы останавливаться не будем.

§ 5. Некоторые экспериментальные результаты

а. Электронная и дырочная проводимость. Опыт показывает, что знак постоянной Холла и термоэдс может быть как отрицательным, так и положительным. Случай R, $\alpha < 0$ соответствует отрицательно заряженным подвижным частицам, определяющим электропроводность, т. е. электронам. Полупроводники такого типа получили название электронных *) или полупроводников n-типа (от negative — отрицательный).

Однако ничуть не реже в полупроводниках, в которых заведомо нет ионной проводимости и в которых, следовательно, ток обусловлен тоже отрицательными электронами, наблюдается R, $\alpha > 0$. Следовательно, в этих случаях эффект Холла соответствует движению положительных частиц. С классической точки зрения эта особенность не имеет объяснения. Она является следствием того, что движение электронов в кристалле подчиняется законам квантовой механики, которые показывают, что при определенных условиях некоторые явления при движении электронов в электрических и магнитных полях происходят так, как если бы вместо отрицатель-

*) Термин «электронный полупроводник» употребляется в двух смыслах. Им, во-первых, обозначают то обстоятельство, что в данном полупроводнике отсутствует ионная проводимость. Во-вторых, он обозначает, что постоянная Холла $R < 0$.