

где f_p выражается формулой (3.1a). Вводя, как и выше, безразмерную переменную

$$y = \frac{E_v - E}{kT} \quad (0 \leq y \leq \infty)$$

и безразмерный параметр

$$\eta^* = \frac{E_v - F}{kT}, \quad (4.7)$$

мы приходим к формуле, аналогичной соотношению (4.4):

$$p = N_v \Phi_{1/2}(\eta^*). \quad (4.8)$$

Здесь N_v есть эффективная плотность состояний в валентной зоне:

$$N_v = 2 \left(\frac{2\pi m_p kT}{(2\pi\hbar)^2} \right)^{3/2}, \quad (4.9)$$

а $\Phi_{1/2}(\eta^*)$ — прежний интеграл Ферми (4.5). Однако теперь он содержит другой параметр η^* , характеризующий положение уровня Ферми относительно края валентной зоны. Разность

$$\eta = E_v - F = -\zeta - E_g$$

есть *химический потенциал для дырок*.

Формулы (4.4) и (4.8) справедливы для полупроводника, однородного по составу и в отсутствие внешних полей. Легко обобщить их на случай, когда в образце имеется электрическое поле с потенциалом φ , плавно (в смысле, указанном в § IV.6) изменяющимся в пространстве. Действительно, в этом случае применимо представление об искривленных зонах и, следовательно, величины E_c и E_v надо заменить на $E_c - e\varphi$ и $E_v - e\varphi$, где E_c и E_v — энергии краев зон при $\varphi = 0$. Поэтому, если ζ_0^* есть безразмерный химический потенциал при $\varphi = 0$, то выражение для концентрации электронов принимает вид

$$n = N_c \Phi_{1/2} \left(\zeta_0^* + \frac{e\varphi}{kT} \right). \quad (4.4a)$$

Аналогично, для концентрации дырок получаем

$$p = N_v \Phi_{1/2} \left(\eta_0^* - \frac{e\varphi}{kT} \right). \quad (4.8a)$$

§ 5. Невырожденные полупроводники

Выражения (4.4) и (4.8) для концентраций значительно упрощаются для невырожденных полупроводников. Такой случай показан на рис. 5.3, где даны плотность квантовых состояний $N_c(E)$, функция Ферми $f(E, T)$, а также их произведение, равное dn/dE (здесь dn — концентрация электронов с энергией в интервале $E, E + dE$). Полное количество электронов в зоне определяется пло-

шадью, ограниченной кривой $N_c(E) f(E, T)$ и осью E . При этом существен только «хвост» распределения Ферми, который может быть аппроксимирован распределением Максвелла — Больцмана.

Для невырожденного полупроводника в формуле (4.5) мы имеем $\exp(x - \zeta^*) \gg 1$, и поэтому интеграл Ферми принимает вид

$$\Phi_{1/2}(\zeta^*) = \exp \zeta^* \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-x} x^{1/2} dx.$$

Входящий сюда интеграл хорошо известен и равен

$$\int_0^{\infty} e^{-x} x^{1/2} dx = 2 \int_0^{\infty} e^{-z^2} z^2 dz = \frac{1}{2} \sqrt{\pi}.$$

Поэтому

$$\Phi_{1/2}(\zeta^*) = \exp \zeta^* = \exp \frac{F - E_c}{kT},$$

и, следовательно,

$$n = N_c \exp \frac{F - E_c}{kT}. \quad (5.1)$$

Аналогично упрощается выражение для концентрации дырок в невырожденном полупроводнике. Здесь в интеграле Ферми можно положить $\exp(y - \eta^*) \gg 1$, и поэтому, поступая, как и выше, мы имеем

$$p = N_v \exp \frac{E_v - F}{kT}. \quad (5.2)$$

Полученные выражения (5.1) и (5.2) разъясняют смысл названного «эффективная плотность состояний» в зонах для величин N_c и N_v . Экспоненциальный множитель в выражении (5.1) для невырожденного полупроводника (распределение Максвелла — Больцмана) дает вероятность заполнения квантового состояния с энергией E_c . Поэтому формула (5.1) обозначает, что для невырожденного полупроводника концентрация подвижных электронов получается такой же, как если бы, вместо непрерывного распределения состояний в зоне, в каждой единице объема было N_c состояний с одинаковой энергией E_c . Аналогично, экспоненциальный множитель в (5.2) выражает вероятность того, что состояние с энергией E_v не занято электроном, и потому формула (5.2) показывает, что при подсчете концентрации дырок валентную зону можно заменить

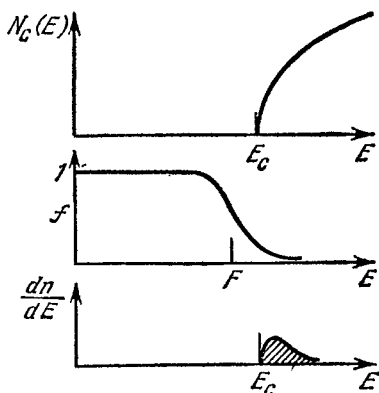


Рис. 5.3. Схематический ход функций $N_c(E)$ и $f(E, T)$ и dn/dE для невырожденного полупроводника n -типа.

совокупностью состояний с одинаковой энергией E_v , число которых в каждой единице объема есть N_v .

Полагая в выражении (4.3) m_n равным массе изолированного электрона m_0 и $T = 300$ К, мы получаем $N_v = 2,510 \cdot 10^{19}$ см⁻³. Для какой-либо другой температуры и иной эффективной массы мы имеем

$$N_{c(v)} = 2,510 \cdot 10^{19} \left(\frac{m_{n(p)}}{m_0} \right)^{3/2} \left(\frac{T}{300} \right)^{3/2} \text{ см}^{-3}, \quad (5.3)$$

где $m_{n(p)}$ — эффективная масса электронов или, соответственно, дырок. В невырожденных полупроводниках концентрация основных носителей мала по сравнению с N_c и N_v . В вырожденных полупроводниках имеет место обратное. Поэтому, сопоставляя измеренные значения концентрации электронов и дырок со значениями N_c и N_v , определяемыми соотношением (5.3), можно сразу установить, является ли данный полупроводник вырожденным или нет.

Так как эффективная масса входит в выражения для n и p только в виде множителя $m^{3/2}$, в то время как уровень Ферми F входит в показатель степени, то отношение n/p зависит главным образом от положения F относительно краев зон. Выражения (5.1) и (5.2) показывают, что концентрация подвижных носителей заряда будет больше в той зоне, к которой ближе расположен уровень Ферми. Носители заряда в этой ближайшей зоне будут основными, поэтому в полупроводниках n -типа уровень Ферми расположен в верхней половине запрещенной зоны, а в полупроводниках p -типа — в нижней половине. Исключение могут составить узкозонные полупроводники, в которых m_n и m_p могут сильно отличаться.

Однако произведение концентраций электронов и дырок для невырожденного полупроводника не зависит от положения уровня Ферми. Согласно (5.1) и (5.2) оно равно

$$np = n_i^2 = N_c N_v \exp \left(- \frac{E_g}{kT} \right). \quad (5.4)$$

Здесь n_i есть концентрация электронов в условиях, когда $n = p$, т. е. в собственном полупроводнике. Соотношение (5.4) широко используется для определения (термической) ширины запрещенной зоны E_g по экспериментальным данным о зависимости собственной концентрации n_i от температуры.

§ 6. Случай сильного вырождения

Другой крайний случай мы имеем при сильном вырождении электронного газа, когда

$$\exp \frac{E_c - F}{kT} \ll 1.$$

В этом случае уровень Ферми лежит внутри зоны проводимости,