

Формула (8.7) применима и к дыркам (если можно пренебречь эффектами, связанными с вырождением валентной зоны). Следует лишь заменить в ней $E - E_c$ на $E_v - E$ и изменить знак ω_c .

Из выражений (8.7) и (8.8) видно, что плотность состояний электронов в магнитном поле есть осциллирующая функция магнитной индукции. Она имеет острые максимумы при тех значениях магнитной индукции, при которых энергия $(E - E_c \pm \beta g \mathcal{B})$ близка к одному из уровней Ландау $\hbar\omega_c (n + 1/2)$. Это обстоятельство проявляется в том, что в вырожденном электронном газе (в металлах, полуметаллах и вырожденных полупроводниках) многие термодинамические, электрические и оптические величины, выражающиеся через плотность состояний, при определенных условиях осциллируют при изменении магнитной индукции. Так как в вырожденном электронном газе существенную роль играют только электроны на поверхности Ферми, то осцилляции свойств происходят при прохождении какого-либо из уровней Ландау через уровень Ферми. Впервые такие квантовые осцилляции были обнаружены в величине магнетосопротивления (эффект Шубникова—де Гааза) и магнитной восприимчивости (эффект де Гааза—ван Альфена) при низких температурах. Количественная теория квантовых осцилляций довольно громоздка (ее можно найти в книге [М8]). Экспериментальное исследование квантовых осцилляций позволяет получить информацию о форме поверхностей Ферми.

Наряду с указанными выше, существуют также квантовые осцилляции различных физических величин, имеющие другое происхождение. Они тоже связаны с уровнями Ландау, но, в отличие от эффектов Шубникова—де Гааза и де Гааза—ван Альфена, не требуют вырождения электронного газа и наблюдаются при более высоких температурах. Когда энергетический интервал между какими-либо уровнями Ландау $n\hbar\omega_c$ ($n = 1, 2, \dots$) становится равным энергии оптических фононов (см. § XII.6), резко возрастает вероятность неупругого рассеяния электронов на колебаниях решетки. Поэтому все эффекты, зависящие от характера рассеяния электронов, такие, как магнетосопротивление, дифференциальная термоэдс и др., испытывают осцилляции при изменении магнитного поля. Эти явления получили название магнитофононных осцилляций (подробнее см., например, [М8]).

§ 9. Концентрации электронов и дырок на локальных уровнях. Простые центры

Обратимся теперь к вычислению концентраций электронов и дырок, связанных на локальных уровнях энергии. Рассмотрим сначала простейший случай, когда примесный атом или структурный дефект может либо иметь один электрон, либо быть пустым, т. е. может находиться только в двух различных зарядовых состояниях. Если не рассматривать пока возможные возбужденные состояния, то такой центр будет характеризоваться одним уровнем энергии E_1 . Если, кроме того, каждому зарядовому состоянию центра соответствует только одно квантовое состояние электрона, то концентрация

центров N_1 , имеющих электрон, будет $N_t f$, где N_t — полная концентрация центров, а f — функция Ферми—Дирака (3.1). Аналогично, концентрация пустых центров $N_0 = N_t (1 - f)$. Отношение этих концентраций равно

$$\frac{N_1}{N_0} = \frac{f}{1-f} = \exp \frac{F - E_1}{kT}.$$

Однако в действительности одному и тому же уровню энергии связанного электрона соответствует несколько квантовых состояний (квантовомеханическое вырождение энергетического уровня). Если число таких состояний для заполненного уровня есть g_1 , а для пустого — g_0 , то мы, очевидно, будем иметь *)

$$\frac{N_1}{N_0} = \frac{g_1}{g_0} \exp \frac{F - E_1}{kT}. \quad (9.1)$$

Так как, кроме того, всегда

$$N_0 + N_1 = N_t, \quad (9.2)$$

то отсюда получается

$$f^{(1)} = \frac{N_1}{N_t} = \left(1 + \frac{g_0}{g_1} \exp \frac{E_1 - F}{kT}\right)^{-1}, \quad f^{(0)} = \frac{N_0}{N_t} = \left(1 + \frac{g_1}{g_0} \exp \frac{F - E_1}{kT}\right)^{-1}. \quad (9.3)$$

Для случая невырожденных полупроводников в эти выражения удобно ввести концентрацию электронов в зоне n . Учитывая формулу (5.1), мы имеем

$$\frac{N_1}{N_t} = \frac{n}{n + n_1}, \quad \frac{N_0}{N_t} = \frac{n_1}{n + n_1}. \quad (9.4)$$

Здесь введено обозначение

$$n_1 = \frac{g_0}{g_1} N_c \exp \left(- \frac{\mathcal{J}}{kT} \right), \quad \mathcal{J} = E_c - E_1. \quad (9.5)$$

Очевидно, \mathcal{J} есть не что иное, как энергия ионизации данного центра. Отметим еще, что, с точностью до факторов вырождения, n_1 равно концентрации электронов в зоне, когда уровень Ферми совпадает с уровнем энергии центра E_1 .

Полученные результаты можно обобщить учетом возбужденных состояний центра. Рассмотрим сначала полупроводник n -типа и будем интересоваться связанными электронами. Обозначим энергию захваченного электрона в основном состоянии через E_1 , а энергии возбужденных состояний через E_k ($k = 2, 3, \dots$). Энергетический спектр такого центра схематически изображен на рис. 5.5. Уровни возбужденных состояний электрона расположены выше уровня основного состояния ($k = 1$).

*) При этом предполагается, что из-за кулоновского отталкивания при любой степени вырождения уровень может быть занят лишь одним электроном. О многозарядных центрах см. § 10.

Обозначим через $f_k^{(1)}$ вероятность нахождения электрона на центре и притом в k -м возбужденном состоянии, через β_k — кратность вырождения этого возбужденного состояния, а через $f^{(0)}$ — вероятность найти центр не имеющим электрона. Тогда, аналогично формуле (9.1), можно написать

$$\frac{f_k^{(1)}}{f^{(0)}} = \frac{\beta_k}{g_0} \exp \frac{F - E_k}{kT}. \quad (9.6)$$

Полная вероятность того, что электрон захвачен центром (и находится в каком-либо, основном или возбужденном, состоянии), есть

$$f^{(1)} = \sum_{k=1, 2, \dots} f_k^{(1)},$$

где суммирование производится по всем состояниям, энергии которых лежат в запрещенной зоне. Поэтому отношение концентрации центров N_1 , имеющих электрон, к концентрации пустых центров N_0 равно

$$\frac{N_1}{N_0} = \frac{f^{(1)}}{f^{(0)}} = \frac{1}{g_0} \sum_{k=1, 2, \dots} \beta_k \exp \frac{F - E_k}{kT}. \quad (9.7)$$

Полученное выражение можно опять записать в виде (9.1), где E_1 — энергия основного состояния электрона. Однако при этом g_1 имеет другой смысл и выражается формулой

$$g_1 = \beta_1 + \sum_{k=2, 3, \dots} \beta_k \exp \left(-\frac{E_k - E_1}{kT} \right). \quad (9.8)$$

Так как и в этом случае, разумеется, справедливо нормировочное соотношение (9.2), то для $f^{(1)}$ и $f^{(0)}$ получаются формально те же выражения (9.3), что и без учета возбужденных состояний. Однако при этом « g -фактор» (9.8) может быть равен уже не целому числу и, что особенно важно, может сам зависеть от температуры.

Рассмотрим теперь полупроводник p -типа. Как уже многократно разъяснялось выше, в этом случае в качестве носителей заряда мы должны рассматривать не электроны, а положительные дырки. Поэтому мы должны и вычислять концентрацию связанных дырок, а не электронов и рассматривать энергетический спектр связанных дырок. Такой спектр схематически изображен на рис. 5.6, где отмечено основное состояние захваченной дырки ($k = 1$) и различные возбужденные состояния ($k = 2, 3, \dots$). Если по-прежнему откладывать снизу вверх энергию электрона, то уровни возбужденных со-

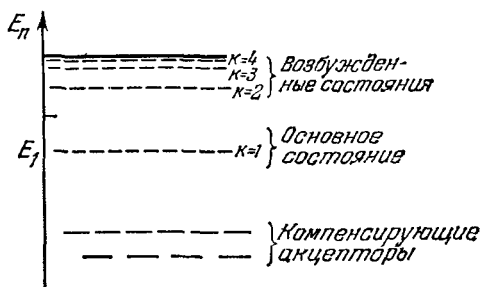


Рис. 5.5. Энергетический спектр связанного электрона при наличии возбужденных состояний.

стояний дырок будут расположены ниже уровня основного состояния. Энергия ионизации дырки, находящейся в k -м состоянии, на этой диаграмме есть $E_k - E_v$, она также уменьшается при увеличении номера возбужденного состояния. Диаграмма рис. 5.6 становится подобной диаграмме рис. 5.5, если изменить направление отсчета

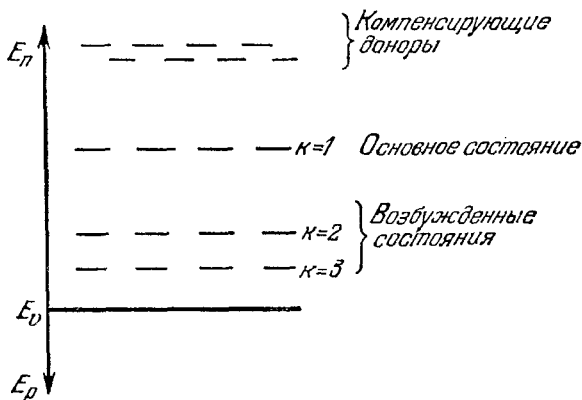


Рис. 5.6. Энергетический спектр связанной дырки при наличии возбужденных состояний.

энергии (т. е. повернуть диаграмму на 180°). При этом «пустым» мы должны считать центр, не захвативший дырку (т. е. заполненный электроном).

Легко понять, что в этом случае вместо соотношения (9.6) мы получим

$$\frac{f_{k,p}^{(1)}}{f_p^{(0)}} = \frac{\beta_{k,p}}{g_{0,p}} \exp\left(\frac{E_k - F}{kT}\right), \quad (9.9)$$

где $f_{k,p}^{(1)}$ — вероятность того, что на центре имеется дырка в k -м возбужденном состоянии, $f_p^{(0)}$ — вероятность отсутствия дырки, E_k — энергия связанной дырки, $\beta_{k,p}$ — кратность вырождения k -го возбужденного состояния (целое число), $g_{0,p}$ — кратность вырождения пустого (заполненного электроном) центра. Поступая, как и раньше, мы получим вместо формул (9.3) соотношения

$$f_p^{(1)} = \left(1 + \frac{g_{0,p}}{g_{1,p}} \exp\frac{F - E_1}{kT}\right)^{-1}, \quad f_p^{(0)} = 1 - f_p^{(1)}, \quad (9.10)$$

где $f_p^{(1)}$ — вероятность нахождения на центре дырки (в любом состоянии), E_1 — энергия основного состояния захваченной дырки. При этом обобщенный g -фактор дается выражением

$$g_{1,p} = \beta_{1,p} + \sum_{k=2, 3, \dots} \beta_{k,p} \exp\left(-\frac{E_1 - E_k}{kT}\right). \quad (9.11)$$

Так же, как и выше, для невырожденных полупроводников в формулы (9.10) удобно ввести концентрацию дырок в зоне p . Учитывая формулу (5.2), имеем

$$f_p^{(1)} = \frac{p}{p+p_1}, \quad f_p^{(0)} = \frac{p_1}{p+p_1}, \quad (9.12)$$

где

$$p_1 = \frac{g_{0,p}}{g_{1,p}} N_v \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_p}{kT}\right), \quad (9.13)$$

а величина $\mathcal{E}_p = E_1 - E_v$ равна энергии отщепления дырки. По-прежнему, с точностью до множителя $g_{0,p}/g_{1,p}$, p_1 равно концентрации дырок в зоне, когда уровень Ферми совпадает с уровнем энергии центра E_1 .

Во всех предыдущих рассуждениях мы ничего не говорили о характере рассматриваемых центров, т. е. о том, являются ли они донорами или акцепторами. Это обстоятельство действительно не играет никакой роли при вычислении вероятностей заполнения центров электронами или, соответственно, дырками, так как вероятности заполнения зависят только от энергетического спектра центров и положения уровня Ферми. Однако донорный или акцепторный характер центров должен учитываться при вычислении связанного заряда, т. е. концентраций заряженных центров. В случае, если центры являются донорами, они нейтральны, если с ними связан электрон (т. е. нет дырки), и положительно заряжены, если на них не имеется электрона (захвачена дырка). И наоборот, если центры являются акцепторами, они нейтральны, если с ними связана дырка (не имеется электрона), и отрицательно заряжены, когда не имеется дырки (захвачен электрон).

§ 10. Многозарядные центры

В § 11.9 мы уже говорили, что многие примесные атомы создают в полупроводниках «многозарядные» центры, способные присоединять или отдавать не один, а несколько носителей заряда. Поэтому мы обобщим полученные выше результаты на этот более сложный случай.

Положим, что рассматриваемые центры могут содержать 0, 1, 2, ..., M электронов и, соответственно, находиться в $(M+1)$ различных зарядовых состояниях. Энергетическая диаграмма полупроводника с такими центрами для случая $M=3$ показана на рис. 5.7. Если центр пустой, то для электрона существует некоторое вакантное основное квантовое состояние, характеризующее локальным уровнем энергии E_1 . Для этого уровень Ферми F должен быть расположен ниже уровня E_1 на несколько kT (рис. 5.7, а). Если $E^{(0)}$ есть энергия пустого центра, то $(E_1 - E^{(0)})$ равно приращению энергии центра при захвате первого электрона. Однако сама величина