

В общем случае τ_n и τ_p , изменяющихся вместе с n и p , соотношения (2.3) определяют *мгновенные* времена жизни. Величины $1/\tau_n$ и $1/\tau_p$ в этом случае дают вероятности рекомбинации одной частицы в единицу времени при данных значениях n и p , а τ_n и τ_p определяют времена, за которые неравновесные концентрации электронов или, соответственно, дырок изменились бы в e раз, если бы вероятность их рекомбинации сохранялась постоянной и равной данному мгновенному значению.

§ 3. Уравнения непрерывности

Если в полупроводнике имеются электрические токи, то изменение концентрации носителей определяется не только генерацией и рекомбинацией, но и движением частиц. Вклад последнего легко найти, рассматривая элементарный объем, например, в виде прямоугольного параллелепипеда с ребрами, параллельными прямоугольным осям координат, и вычисляя втекающие и вытекающие из него потоки частиц. Это дает

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_{\text{дв}} = -\frac{1}{e} \left(\frac{\partial j_{px}}{\partial x} + \frac{\partial j_{py}}{\partial y} + \frac{\partial j_{pz}}{\partial z} \right) = -\frac{1}{e} \operatorname{div} \mathbf{j}_p,$$

$$\left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_{\text{дв}} = \frac{1}{e} \left(\frac{\partial j_{nx}}{\partial x} + \frac{\partial j_{ny}}{\partial y} + \frac{\partial j_{nz}}{\partial z} \right) = \frac{1}{e} \operatorname{div} \mathbf{j}_n.$$

Здесь \mathbf{j}_p и \mathbf{j}_n — плотности конвекционного тока, обусловленного движением дырок и, соответственно, электронов:

$$\mathbf{j}_p = \sigma_p \mathbf{E} - eD_p \nabla p, \quad \sigma_p = e\mu_p p, \quad (3.1)$$

$$\mathbf{j}_n = \sigma_n \mathbf{E} + eD_n \nabla n, \quad \sigma_n = e\mu_n n. \quad (3.2)$$

Поэтому полные темпы изменения концентраций в зонах выражаются уравнениями

$$\frac{\partial p}{\partial t} = g_p - \frac{1}{e} \operatorname{div} \mathbf{j}_p - \frac{\delta p}{\tau_p}, \quad \frac{\partial n}{\partial t} = g_n + \frac{1}{e} \operatorname{div} \mathbf{j}_n - \frac{\delta n}{\tau_n}. \quad (3.3)$$

Уравнения (3.3) — это уравнения непрерывности, записанные порознь для дырок и электронов.

При нарушении термодинамического равновесия изменяются также концентрации связанных дырок p_t (т. е. концентрация положительно заряженных доноров) и связанных электронов n_t (концентрация отрицательно заряженных акцепторов). Поэтому в общем случае возникает объемный заряд с плотностью

$$\rho = e(p + p_t - n - n_t).$$

Электрическое поле \mathbf{E} , входящее в выражения для плотностей тока (3.1) и (3.2), определяется уравнением Пуассона

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{4\pi e}{\epsilon} (p + p_t - n - n_t) \quad (3.4)$$

и граничными условиями. Величины p и n , с одной стороны, и p_t и n_t , с другой стороны, не являются независимыми, а связаны уравнениями кинетики рекомбинации, которые будут нами рассмотрены в гл. IX. Система уравнений (3.1) — (3.4) совместно с рекомбинационными уравнениями полностью определяет изменение избыточных концентраций носителей заряда в пространстве и времени. Однако уже сейчас мы рассмотрим некоторые выводы, которые могут быть получены без детального разбора процессов рекомбинации.

Прежде всего отметим, что уравнения (3.3) дают для суммарных величин ρ и \mathbf{j} уравнение непрерывности в его обычной форме, которой, в частности, мы пользовались в гл. VI. Для этого учтем очевидное равенство

$$g_p - \frac{\delta p}{\tau_p} - \left(g_n - \frac{\delta n}{\tau_n} \right) = - \frac{\partial}{\partial t} (p_t - n_t), \quad (3.5)$$

которое справедливо при любом типе процессов рекомбинации. Тогда, вычитая друг из друга уравнения (3.3) и учитывая (3.5), получаем

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \operatorname{div} \mathbf{j}, \quad (3.6)$$

что для одномерного случая совпадает с уравнением (VI. 6.3).

Далее, укажем, что во многих важных случаях использование уравнения Пуассона (3.4) оказывается излишним. Это связано с тем, что при релаксации неравновесных электронных состояний существуют два различных процесса. Когда в полупроводнике нарушается термодинамическое равновесие, в нем возникают токи диффузии и дрейфа, стремящиеся уничтожить изменения объемного заряда. В случае неоднородного полупроводника или приповерхностного слоя в результате появления этих токов восстанавливается равновесное распределение объемного заряда, при котором ток диффузии уравновешивается током дрейфа. В однородном полупроводнике эти токи стремятся обратить объемный заряд в нуль. При неизменных связанных зарядах в зонах установилось бы *диффузионно-дрейфовое равновесие*, характеризуемое определенным распределением носителей заряда в образце. Если скорости дрейфа носителей заряда не слишком велики, так что время их пролета через образец $t_{\text{пр}} \gg \tau_M = \epsilon/4\pi\sigma$, то в подавляющей части объема однородного образца объемный заряд успеет обратиться в нуль. При этом и токи, ограниченные объемным зарядом, не имеют места (ср. условие (VI.10.11)). Быстрота установления диффузионно-дрейфового равновесия в этом случае определяется максвелловским временем релаксации τ_M . Однако для установления полного термодинамического равновесия необходимо еще равновесие между электронами в зоне проводимости, дырками в валентной зоне и зарядами, связанными на ловушках. Быстрота установления такого *рекомбинационного равновесия* определяется временами жизни τ_n и τ_p .

В зависимости от соотношения между τ_M и рекомбинационными временами электронные процессы могут протекать весьма различно. Однако в технически важных полупроводниках обычно $\tau_M \ll \tau_n, \tau_p$, и мы ограничимся в дальнейшем только этим случаем. Тогда при частоте процессов $\omega \ll 1/\tau_M$ для объема однородного полупроводника можно считать

$$\rho \simeq 0 \quad (\tau_M \ll t_{np}, \tau_M \ll \tau_n, \tau_p)$$

(условие квазинейтральности). При этом согласно (3.6)

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = 0. \quad (3.7)$$

В связи с последним уравнением отметим следующее. Выражая ρ из уравнения Пуассона (3.4), подставляя его в уравнение непрерывности (3.6) и изменяя в этом последнем порядок дифференцирования по координатам и времени, мы получаем, что

$$\operatorname{div} \left(\mathbf{j} + \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) = 0. \quad (3.8)$$

Второе слагаемое в скобках есть ток смещения Максвелла, и поэтому уравнение (3.8) выражает известное положение теории Максвелла, что линии полного тока, т. е. суммы конвекционного тока \mathbf{j} и тока смещения, непрерывны. Сравнивая уравнения (3.8) и (3.7), мы видим, что равенство (3.7) справедливо, если током смещения можно пренебречь по сравнению с конвекционным током.

Из написанных уравнений получаются два важных следствия. Положим, что изменения концентраций связанных зарядов малы, так что $\delta p_i, \delta n_i \ll \delta p, \delta n$. Это, в частности, справедливо, если суммарная концентрация примесей мала по сравнению с избыточными концентрациями носителей в зонах, т. е. либо при малом содержании примесей, либо при высоком уровне возбуждения. Тогда из условия $\delta p = 0$, следует, что $\delta p = \delta n$. В этом случае концентрации избыточных электронов и дырок в зонах одинаковы.

Положим теперь, что генерация происходит вследствие электронных переходов зона — зона ($g_p = g_n$). Тогда, вычитая уравнения (3.3) друг из друга и учитывая (3.7), получаем

$$\frac{\delta p}{\delta t} - \frac{\delta n}{\delta t} = -\frac{\delta p}{\tau_p} + \frac{\delta n}{\tau_n} = 0.$$

Поэтому, если $\delta p = \delta n$, то оба времени τ_p и τ_n равны и мы имеем единое время жизни электронно-дырочных пар $\tau = \tau_p = \tau_n$. Этот результат не зависит от особенностей процессов рекомбинации и справедлив как для прямой рекомбинации зона—зона, так и для рекомбинации через ловушки (см. гл. IX).