пользовать для нахождения явного вида равновесной функции распределения. Так, в частности, обстоит дело при упругом рассеянии бесспиновых частиц (что и будет проиллюстрировано в дальнейшем на конкретных примерах). При этом слово «бесспиновый» не обязательно понимать буквально: речь идет о процессах рассеяния, в которых спин частицы не играет роли. Именно с такими процессами мы чаще всего имеем дело в неферромагнитных полупроводниках и металлах.

Совершенно аналогично можно рассмотреть и рассеяние носителей заряда друг на друге. Интеграл столкновений при этом дается формулой (3.11). Комбинируя ее с соотношением (4.1″), мы получаем, подобно (4.7),

$$\frac{\mathscr{P}_1(\mathbf{p}', \mathbf{p}'_2; \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)}{\mathscr{P}_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2; \mathbf{p}'_1, \mathbf{p}'_2)} = \exp\frac{E(\mathbf{p}') + E(\mathbf{p}'_2) - E(\mathbf{p}_1) - E(\mathbf{p}_2)}{kT}. \tag{4.8}$$

Под знаком экспоненты здесь стоит полное изменение энергии двух частиц при столкновении. В отсутствие обмена энергией с какими-либо третьими телами оно, очевидно, должно равняться нулю. Таким образом, равенство (4.8) принимает более простой вид:

$$\mathscr{P}_1(\mathbf{p}'_1, \mathbf{p}'_2; \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = \mathscr{P}_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2; \mathbf{p}'_1, \mathbf{p}'_2). \tag{4.8′}$$

Как и (4.7), равенство (4.8′) справедливо не всегда [M2]. Однако уточнения, которые необходимо внести в общем случае, в интересующих нас задачах ничего не меняют.

§ 5. Малые отклонения от равновесия

Систему электронов можно вывести из состояния термодинамического равновесия, накладывая напряжение на образец, или создавая в нем градиент концентрации носителей заряда или температуры. При этом электрохимический потенциал или температура (или и то и другое) становятся зависящими от координат. Принимая во внимание это обстоятельство, мы можем записать неравновесную функцию распределения в виде

$$f(\mathbf{p}, \mathbf{r}) = f_0(\mathbf{p}, \mathbf{r}) + f_1(\mathbf{p}, \mathbf{r}). \tag{5.1}$$

Здесь

$$f_0 = \left\{\exp\frac{E(\mathbf{p}) - e\varphi - F(\mathbf{r})}{kT(\mathbf{r})} + 1\right\}^{-1} \tag{5.2}$$

есть функция Ферми с изменяющимися в пространстве температурой и электрохимическим потенциалом, а f_1 — неизвестная пока функция, которую надо определить из кинетического уравнения.

Представление $f(\mathbf{p}, \mathbf{r})$ в виде (5.1) оказывается удобным, если градиенты функций $F(\mathbf{r})$ и $T(\mathbf{r})$ достаточно малы. Как будет показано в § 7, при этом в существенной области энергий

$$|f_1| \ll f_0. \tag{5.3}$$

Коль скоро условие (5.3) выполняется, говорят о малых отклонениях от термодинамического равновесия; систему носителей заряда при этом называют слабо неравновесной. В применении к таким системам кинетическое уравнение (3.12) несколько упрощается. Действительно, перепишем его, пользуясь явным выражением (3.5) для силы $\mathbf{F}$. Получим

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (\mathbf{v},\ \nabla f) - (e\mathcal{E},\ \nabla_{\mathbf{p}} f) - \frac{e}{c}([\mathbf{v}\times\mathcal{B}],\ \nabla_{\mathbf{p}} f) = J[f]. \tag{5.4}$$

Условие (5.3) позволяет заменить f на f_0 во втором и третьем слагаемых в левой части (5.4). Действительно, в условиях, когда $\nabla T = \nabla F = 0$, функция f_1 должна обращаться в нуль. Следовательно, мы можем ожидать, что f_1 будет линейно зависеть от $\mathcal{E}$ и ∇T (в § 7 это будет доказано). Ограничиваясь, как и в § 1, приближением, линейным по $\mathcal{E}$ и ∇T, мы должны отбросить члены $(\mathbf{v},\ \nabla f_1)$ и $(e\mathcal{E},\ \nabla_{\mathbf{p}} f_1)$, как величины высшего порядка малости. С другой стороны, для вычисления слагаемого с магнитным полем и интеграла столкновений такая аппроксимация недостаточна: как мы видели в § 4, при $f = f_0$ эти выражения обращаются в нуль.

Вычисляя градиенты ∇f_0 и $\nabla_{\mathbf{p}} f_0$, мы получаем, подобно (4.3) и (4.4),

$$\nabla f_0 = \left(-e\,\nabla\varphi - \nabla F - \frac{E(\mathbf{p}) - e\varphi - F}{kT}\,\nabla\, kT\right) f_0', \qquad \nabla_{\mathbf{p}} f_0 = \mathbf{v} f_0',$$

где, как и раньше, $f_0' = \partial f_0/\partial E(\mathbf{p})$.

Таким образом, в принятом приближении сумма второго и третьего слагаемых в левой части (5.4) есть

$$\left\{-e(\mathbf{v},\ \nabla\varphi) - (\mathbf{v},\ \nabla F) - \frac{E(\mathbf{p}) - e\varphi - F}{T}(\mathbf{v},\ \nabla T) - e(\mathcal{E},\ \mathbf{v})\right\} f_0'. \tag{5.5}$$

Поскольку $\mathcal{E} = -\nabla\varphi$, первый и последний члены в (5.5) взаимно уничтожаются. Следовательно, вместо (5.5) в кинетическое уравнение фактически входит выражение

$$\left\{-(\mathbf{v},\ \nabla F) - \frac{E(\mathbf{p}) - e\varphi - F}{T}(\mathbf{v},\ \nabla T)\right\} f_0'. \tag{5.5$'$}$$

Видим, что роль напряженности электрического поля действительно играет величина $\mathcal{E}' = \frac{1}{e}\nabla F$ (1.1).

Итак, при малых отклонениях от равновесия кинетическое уравнение (5.4) принимает вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} - (e\mathcal{E}',\ \mathbf{v}) f_0' - \frac{E(\mathbf{p}) - e\varphi - F}{T}(\mathbf{v},\ \nabla T) f_0' - \frac{e}{c}([\mathbf{v}\times\mathcal{B}],\ \nabla_{\mathbf{p}} f_1) = J[f]. \tag{5.4$'$}$$

В дальнейшем при рассмотрении электронного газа удобно будет отсчитывать энергию $E(\mathbf{p})$ от дна зоны проводимости. При этом $F + e\varphi = \zeta$, где химический потенциал ζ — тот же, что и в гл. V. В стационарных условиях и при $\mathcal{E}' = \nabla T = 0$ отсюда следует, как мы и ожидали, что $f_1 = 0$ и $f = f_0$. Иначе говоря, равновесие нарушается, лишь если отличен от нуля хотя бы один из векторов ∇F и ∇T. Только при этом условии могут возникнуть электрический ток и поток энергии.

§ 6. Интеграл столкновений в случае упругого рассеяния и изотропных изоэнергетических поверхностей. Время релаксации импульса

Кинетическое уравнение (5.4′), как и (3.12), — нелинейное интегро-дифференциальное. В общем случае аналитическое его решение связано с большими математическими трудностями. По этой причине приходится вводить упрощения, основанные на тех или иных физических особенностях задачи.

Прежде всего, заметим, что во многих случаях вероятность изменения проекции спина при рассеянии весьма мала и, кроме того, частицы с «левой» и «правой» проекциями спина рассеиваются практически одинаково. Действительно, проекция спина может измениться только за счет сравнительно слабых магнитных взаимодействий. В пренебрежении последними суммирование по проекциям спина в правой части (3.10) отпадает, и мы можем явно рассматривать только частицы с какой-нибудь одной проекцией спина. Наличие электронов или дырок с другой проекцией спина при этом учитывается просто множителем 2 в формулах для концентрации частиц, плотности тока и плотности потока энергии, как это и сделано в равенствах (2.1), (2.2) и (2.3).

Далее, весьма часто рассеяние носителей заряда носит почти упругий характер. Так, например, обстоит дело при рассеянии их атомами заряженной или нейтральной примеси, дислокациями или иными структурными дефектами решетки. Все эти объекты обладают значительно большей массой, нежели электрон или дырка. Как известно из механики, при столкновении легкой частицы с тяжелой может сильно измениться импульс каждой из них, но обмен энергией между ними весьма затруднен: изменение энергии легкой частицы при столкновении оказывается малым по сравнению с самой этой энергией. В следующей главе мы убедимся, что так же обстоит дело и при рассеянии электронов на акустических колебаниях решетки: изменение энергии при рассеянии пропорционально $(m/M)^{1/2}$, где m — эффективная масса электрона, а M — масса атома решетки.

В соответствии со сказанным предположим, что рассеяние носителей заряда происходит без изменения их энергии: носители