

атомов (см. § V.15); при этом в отсутствие компенсации концентрации N_i в формуле (5.19') стремится к нулю. Общая схема расчета в этом случае остается прежней. Следует лишь принять во внимание то обстоятельство, что силы взаимодействия между электронами и нейтральными атомами примеси сравнительно короткодействующие. По этой причине эффект экранирования здесь не играет заметной роли и энергию взаимодействия можно определить, рассматривая только систему «нейтральный атом примеси + электрон».

Особенно просто обстоит дело в случае примесей, описываемых водородной моделью (§ IV.7). В рамках метода эффективной массы мы получаем здесь, по существу, задачу о рассеянии электронов нейтральными атомами водорода. Последняя хорошо изучена в теории столкновений, и можно прямо воспользоваться известными результатами, заменяя лишь истинную массу электрона на эффективную и деля квадрат заряда e^2 на диэлектрическую проницаемость ϵ . Точный расчет оказывается возможным провести только численно; однако в интересной области температур для времени релаксации удается получить простую интерполяционную формулу:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{20\epsilon\hbar^3}{m^2e^2} N_0, \quad (5.22)$$

где N_0 — концентрация нейтральной примеси. Это — выражение вида (4.19) при $r = 0$. Его называют формулой Эрджинся.

§ 6. Подвижность, холл-фактор и термоэдс при различных механизмах рассеяния

Равенства (4.19), (5.19) и (5.22) в сочетании с таблицей 14.2 позволяют полностью раскрыть содержание формул гл. XIII, описывающих подвижность, термоэдс и холловский фактор газа носителей заряда. В таблице 14.3 приведены основные результаты, относящиеся к невырожденному электронному газу с параболическим законом дисперсии. Поскольку величина C в формуле (XIII.7.20') может зависеть от температуры, мы представляем дрейфовую подвижность в виде

$$\mu = AT^p, \quad (6.1)$$

где A — множитель, не зависящий или слабо (логарифмически) зависящий от температуры; p — постоянная.

Отметим, в частности, результаты, получающиеся при рассеянии носителей заряда продольными акустическими фононами и атомами заряженной примеси. В первом случае подстановка выражения (4.19) в формулу (XIII.7.20') дает

$$\mu_{\text{ак. фон}} = \frac{4e\sqrt{\pi}Mc_s^2\hbar^4}{3E_i^2V_0\sqrt{2m^5}(kT)^{3/2}}. \quad (6.2)$$

Таблица 14.3

Значения констант в формуле для подвижности, термоэзд и холловского фактора при различных механизмах рассеяния

Рассеиватель	Коэффициент A в формуле (6.1) для подвижности	Показатель степени ρ в формуле (6.1) для подвижности	Термоэзд α	Холловский фактор γ
Акустические фононы (потенциал деформации)	$\frac{4e\pi^{1/2}Mc_s^2\hbar^4}{3(2m^5)^{1/2}E_T^2k^{3/2}V_0}$	-3/2	$\frac{k}{e}\left(\frac{\zeta}{kT}-2\right)$	$\frac{3\pi}{8}=1,18$
Акустические фононы (пьезоэлектрическое рассеяние)	$\frac{5e^2Mc_s^2\hbar^2}{2\beta^2eV_0(2k\pi^3m^3)^{1/2}}$	-1/2	$\frac{k}{e}\left(\frac{\zeta}{kT}-3\right)$	$\frac{45\pi}{128}=1,105$
Неполярные оптические фононы, $kT \gg \hbar\omega_0$	$\frac{4e\pi^{1/2}M\hbar^4\omega_0^2}{3V_0E_0^2(2m^5k^3)^{1/2}}$	-3/2	$\frac{k}{e}\left(\frac{\zeta}{kT}-2\right)$	$\frac{3\pi}{8}=1,18$
Поляризационные фононы, $kT \gg \hbar\omega_0$	$\frac{eV_0M_1M_2\hbar^2\omega_0^2\sqrt{2}}{3(Ze^2)^2(M_1+M_2)} \times (\pi^3km^3)^{-1/2}$	-1/2	$\frac{k}{e}\left(\frac{\zeta}{kT}-3\right)$	$\frac{45\pi}{128}=1,105$
Заряженная примесь	$\frac{8e^2(2k^3)^{1/2}(m\pi^3)^{-1/2}}{e^3N_I \ln\left(\frac{24m\hbar kT}{\hbar^2 r_0^2}\right)}$	3/2	$\frac{k}{e}\left(\frac{\zeta}{kT}-4\right)$	$\frac{315\pi}{512}=1,93$
Нейтральная примесь	$\frac{mc^3}{20e\hbar^3N_0}$	0	$\frac{k}{e}\left(\frac{\zeta}{kT}-\frac{5}{2}\right)$	1

Во втором случае мы получаем, подставляя выражение (5.19') в (XIII.7.20),

$$\mu_{\text{зар. прим}} = \frac{4e^2\sqrt{2}}{3N_I e^3 \sqrt{m\pi^3} (kT)^{3/2}} \int_0^{\infty} \frac{E^3 \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) dE}{\ln\left(\frac{8mE}{\hbar^2 r_0^2}\right)}. \quad (6.3)$$

Функция $E^3 \exp\left(-\frac{E}{kT}\right)$ имеет максимум в точке $E = 3kT$. Вблизи этой энергии логарифм, стоящий в знаменателе подынтегрального выражения в (6.3), изменяется довольно медленно. По этой причине его можно вынести из-под знака интеграла при $E = 3kT$.

Таким путем находим

$$\mu_{\text{зар. прим}} = \frac{8e^2\sqrt{2}(kT)^{3/2}}{N_i e^3 \sqrt{m\pi^3} \ln\left(\frac{24m kT}{\hbar^2} r_0^2\right)}. \quad (6.3')$$

Это соотношение называют формулой Брукса — Херринга *).

Температурная зависимость подвижности, характеризующаяся числом ρ , имеет ясное происхождение. Действительно, в рассматриваемых условиях среднее число фононов, имеющих в решетке, пропорционально T ; при рассеянии на фононах подвижность, очевидно, обратно пропорциональна этому числу. Еще один множитель, T^r , связан с энергетической зависимостью времени свободного пробега (4.19): в отсутствие фермиевского вырождения каждый множитель E под знаком интеграла в (XIII.7.20) приводит к появлению множителя kT в окончательном результате. Таким образом, при рассеянии на фононах

$$\mu \sim T^{-1+r}, \quad \rho = r - 1. \quad (6.4)$$

При рассеянии на примеси первый из указанных выше факторов отпадает (вместо него появляется N_i^{-1}); в результате

$$\mu \sim N_i^{-1} T^r, \quad \rho = r. \quad (6.5)$$

Таким образом, температурная зависимость подвижности, выражаемая формулой (6.1) и данными таблицы 14.3, обусловлена двумя факторами: условием равнораспределения энергии по степеням свободы (4.14) (при рассеянии на фононах) и предположением о квадратичном законе дисперсии.

Учет анизотропии изоэнергетических поверхностей (в рамках параболического закона дисперсии) приводит лишь к изменению коэффициента A в формуле (6.1).

Ситуация становится более сложной при наличии магнитного поля: в этом случае анизотропия изоэнергетических поверхностей играет более существенную роль. Действительно, в одном лишь электрическом поле дрейфовая скорость носителей заряда v_d постоянна по направлению, а сила, действующая на электрон, не зависит от v_d , т. е. задана. Поэтому движение электрона в электрическом или температурном поле в любой момент времени определяется одной и той же (хотя, вообще говоря, и зависящей от направления поля) эффективной массой. Результаты для анизотропной и изотропной систем различаются здесь, в конце концов, только численными коэффициентами. С другой стороны, в магнитном поле траектория электрона не прямолинейна, а сила, на него действующая, зависит

*) Аналогичное выражение, отличающееся от (6.3') лишь аргументом логарифма (благодаря менее последовательному учету экранирования), было ранее получено Конвелл и Вайскопф. По этой причине часто употребляется и название «формула Конвелл—Вайскопфа».

от дрейфовой скорости. Поэтому в анизотропной системе ускорение электрона в различные моменты времени определяется различными эффективными массами. Отличие от изотропной системы здесь оказывается принципиальным.

§ 7. Одновременное действие нескольких механизмов рассеяния

В реальных условиях опыта могут одновременно играть роль несколько механизмов рассеяния. Поэтому возникает вопрос о вычислении подвижности и других кинетических коэффициентов при одновременном действии нескольких таких механизмов.

Будем считать известными вероятности перехода для каждого механизма рассеяния в отдельности. Обозначим их через $\mathcal{P}_i(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$, где индекс i нумерует различные механизмы. Допустим, далее, что процессы рассеяния, связанные с различными механизмами, представляют собой независимые события. Тогда, интересующая нас полная вероятность рассеяния дается суммой

$$\mathcal{P}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = \sum_i \mathcal{P}_i(\mathbf{p}, \mathbf{p}'). \quad (7.1)$$

Это соотношение справедливо независимо от того, можно ли ввести соответствующее время релаксации для того или иного механизма рассеяния; оно не зависит также от каких-либо предположений относительно изотропии системы. Если можно ввести времена релаксации $\tau_i(E)$, то из равенства (7.1) вытекает правило сложения обратных времен релаксации:

$$\frac{1}{\tau(E)} = \sum_i \frac{1}{\tau_i(E)}. \quad (7.2)$$

Действительно, согласно формуле (XIII.6.12) обратное время релаксации τ_i^{-1} линейно выражается через вероятность соответствующего перехода.

Иногда вместо формулы (7.2) пользуются соответствующим соотношением для обратных подвижностей:

$$\frac{1}{\mu} = \sum_i \frac{1}{\mu_i}. \quad (7.2')$$

Здесь μ — наблюдаемая на опыте подвижность дрейфа, а μ_i — подвижность, которая наблюдалась бы, если бы имел место только i -й механизм рассеяния. Следует, однако, иметь в виду, что равенство (7.2') эквивалентно (7.2) только в очень специальном случае, когда все времена τ_i не зависят от энергии. Как правило, времена релаксации от энергии зависят и соотношение (7.2'), строго говоря, не выполняется. В зависимости от конкретных условий опыта ошибка при его использовании может достигать 40—50%.