

неприменимым. В этом случае процессы имеют коллективный характер и со звуковой волной взаимодействуют сгустки объемного заряда. При этом звуковую волну можно рассматривать как упругую волну в сплошной среде и для описания акусто-электронных явлений пользоваться уравнениями электродинамики и механики сплошных сред (гидродинамическое описание).

Так как в наших рассуждениях составляющие импульса  $p_y$  и  $p_z$  произвольны, то максимальное значение  $p_x$  имеет порядок  $p$ . Учитывая, далее, что  $p\tau/m = v_T\tau = l$ , где  $l$  — длина свободного пробега электронов, находим из соотношений (1.7) и (1.8) условие возможности гидродинамического описания:

$$ql \ll 1. \quad (1.9)$$

В случае обратного неравенства, напротив, гидродинамическое описание становится непригодным и мы должны рассматривать взаимодействие отдельных электронов и фононов.

При комнатных температурах обычно  $l \sim 10^{-5} \div 10^{-6}$  см и поэтому  $ql = 1$  при  $q \sim 10^5 \div 10^6$  см $^{-1}$ . Так как скорость звука  $v_s \sim 10^5$  см/с, то это соответствует частоте  $\omega = qv_s \sim 10^{10} \div 10^{11}$  с $^{-1}$ , или числу колебаний в секунду  $\omega/2\pi \sim 10^9 \div 10^{10}$  Гц. Таким образом, гидродинамическое описание оказывается справедливым вплоть до очень высоких частот, порядка гигагерц.

## § 2. Взаимодействие упругих волн с электронами проводимости

1. В акусто-электронных явлениях обычно приходится учитывать два основных типа взаимодействия электронов со звуковой волной: обусловленное потенциалом деформации (§ XIV, 3) и вызываемое электрическим полем пьезоэлектрического эффекта. Оба эти типа взаимодействия были уже рассмотрены в гл. XIV. Однако сейчас нас будет интересовать гораздо более простой случай, когда в кристалле имеется лишь одна волна, которую для определенности мы будем считать продольной. Далее, мы положим, что волна распространяется вдоль какой-либо оси симметрии кристалла, и, соответственно, будем считать, что все векторные величины направлены вдоль этой оси и зависят только от одной координаты  $x$  (и от времени  $t$ ). Тогда для изменения энергии электрона  $\Delta E$  при деформации  $u$  вместо формулы (XIV.3.5') мы будем иметь простое соотношение

$$\Delta E = E_1 u, \quad (2.1)$$

в которое входит лишь одна компонента потенциала деформации  $E_1$ . Соответственно сила, действующая на электрон, равна

$$F = - \frac{\partial \Delta E}{\partial x} = - E_1 \frac{\partial u}{\partial x} = - E_1 \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}, \quad (2.2)$$

где  $Q$  — смещение рассматриваемой точки. Эта сила имеет неэлектростатическое происхождение и должна учитываться как сторонняя (или электродвижущая) сила. Напряженность поля этих сторонних сил  $\mathcal{E}^*$  (сила на единицу положительного заряда) есть

$$\mathcal{E}^* = \frac{E_1}{e} \frac{du}{dx}. \quad (2.3)$$

Формула для электростатической индукции при учете пьезоэлектрического эффекта имеет вид (XIV.3.21)

$$\mathcal{D} = \epsilon \mathcal{E} - 4\pi \beta u. \quad (2.4)$$

Здесь  $\beta$  — соответствующая компонента пьезоэлектрического модуля, а  $-\beta u = \mathcal{P}$  есть электрический момент единицы объема, возникающий при деформации.

Наряду с прямым пьезоэлектрическим эффектом, выражаемым формулой (2.4) (возникновение поляризации при деформации), необходимо также учитывать и обратный эффект (появление деформации или, соответственно, механических напряжений при поляризации). Поэтому, если  $s$  — механическое напряжение (в нашем случае сила в направлении  $X$ , рассчитанная на единичную площадку с нормалью по оси  $X$ ), а  $\Lambda$  — модуль упругости, то, согласно (XIV. 3.22),

$$s = \Lambda u + \beta \mathcal{E}, \quad (2.5)$$

где второе слагаемое справа описывает обратный пьезоэлектрический эффект.

Оценим теперь порядок величины обоих взаимодействий. Для этого положим, что в диэлектрическом кристалле распространяется гармоническая волна деформации

$$u = u_1 \exp [i (qx - \omega t)]. \quad (2.6)$$

Так как в диэлектрике, согласно уравнению Пуассона,

$$\operatorname{div} \mathcal{D} = 0,$$

то  $\mathcal{D} = \text{const}$ . Тогда из (2.4) следует, что переменное электрическое поле  $\tilde{\mathcal{E}}$ , вызываемое пьезоэлектрическим эффектом, равно

$$\tilde{\mathcal{E}} = \frac{4\pi\beta}{\epsilon} u. \quad (2.7)$$

С другой стороны, плотность потока энергии в волне (интенсивность звука) есть

$$I = \frac{1}{2} \Lambda u_1^2 v_s. \quad (2.8)$$

Отсюда можно найти амплитуду поля  $\mathcal{E}_1$  при заданной интенсивности звука. Это поле в сильных пьезоэлектриках, каковыми являются, например, кристаллы соединений  $A^{II}B^{VI}$  (CdS, ZnS и др.),

может быть весьма значительным. Принимая для оценок типичные значения:  $\Lambda \sim 10^{12}$  дин/см<sup>2</sup>,  $\epsilon \sim 10$ ,  $v_s \sim 10^5$  см/с и  $|\beta| \sim 10^5$  ед. СГСЭ, по формулам (2.7) и (2.8) мы находим, что при  $I \sim 1$  Вт/см<sup>2</sup>  $\doteq 10^7$  эрг/см<sup>2</sup> · с амплитуда деформации  $u_1 \sim 10^{-5} \div 10^{-4}$ , а  $\tilde{\mathcal{E}}$  может достигать нескольких ед. СГСЭ, или  $\sim 10^3$  В/см.

Для взаимодействия через потенциал деформации из (2.3) и (2.6) получается

$$\mathcal{E}^* = i \frac{E_1}{e} q u = i \frac{E_1}{e v_s} \omega u. \quad (2.9)$$

Отношение величин обоих полей равно

$$\frac{|\tilde{\mathcal{E}}|}{|\tilde{\mathcal{E}}^*|} = \frac{4\pi e |\beta| v_s}{\epsilon |E_1| \omega}. \quad (2.10)$$

Отсюда видно, что относительная роль деформационного взаимодействия тем больше, чем больше частота  $\omega$ . Так как  $E_1$  обычно имеет порядок  $1 \div 10$  эВ ( $\sim 10^{12}$  эрг), то, используя прежние оценочные значения  $\beta$ ,  $\epsilon$  и  $v_s$ , мы находим по формуле (2.10), что  $|\tilde{\mathcal{E}}| = |\tilde{\mathcal{E}}^*|$  при  $\omega \sim 10^{12}$  с<sup>-1</sup>. Следовательно, при частотах колебаний  $\omega/2\pi \ll \ll 10^{11}$  Гц в пьезоэлектрических кристаллах деформационным взаимодействием можно пренебречь по сравнению с пьезоэлектрическим.

2. В дальнейшем мы сначала рассмотрим случай этих «низких» частот звука и пьезоэлектрических кристаллов. В соответствии со сказанным выше мы будем учитывать только пьезоэлектрическое взаимодействие и пользоваться гидродинамическим описанием ( $ql \ll 1$ ). Кристаллы будем считать имеющими электронную проводимость и влиянием дырок будем пренебрегать. Постоянные значения величин в отсутствие волны будем отмечать индексом «0». Тогда для определения электрических и механических величин мы имеем следующую систему уравнений. Выражение для плотности тока

$$j = e\mu(n_0 + \tilde{n})(\mathcal{E}_0 + \tilde{\mathcal{E}}) + eD \frac{\partial \tilde{n}}{\partial x} \quad (2.11)$$

и уравнение непрерывности

$$-e \frac{\partial \tilde{n}_s}{\partial t} + \frac{\partial j}{\partial x} = 0. \quad (2.12)$$

Здесь

$$\tilde{n}_s = \tilde{n} + \tilde{n}_t \quad (2.13)$$

есть полная концентрация избыточных электронов, которая складывается из концентрации в зоне  $\tilde{n}$  и концентрации электронов, связанных на ловушках,  $\tilde{n}_t$ . Отметим, что отношение концентраций

$$\frac{\tilde{n}}{\tilde{n}_t} \equiv f \quad (2.14)$$

в литературе часто называют «фактором прилипания электронов» на ловушки. Далее, мы имеем уравнение Пуассона

$$\frac{\partial \mathcal{D}}{\partial x} = -4\pi e \tilde{n}_s, \quad (2.15)$$

два пьезоэлектрических соотношения

$$\mathcal{D} = e\tilde{\mathcal{E}} - 4\pi\beta u, \quad (2.16)$$

$$\tilde{s} = \Lambda u + \beta\tilde{\mathcal{E}} \quad (2.17)$$

и, наконец, механическое уравнение движения среды

$$\rho \frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} = \frac{\partial \tilde{s}}{\partial x} = \Lambda \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial \tilde{\mathcal{E}}}{\partial x}, \quad (2.18)$$

где  $\rho$  — плотность среды.

Для определения связи между концентрациями  $\tilde{n}$  и  $\tilde{n}_t$  (или, что то же, фактора прилипания  $f$ ) необходимы еще уравнения кинетики захвата электронов на примесные центры, рассмотренные в § IX.4. Для простейшего случая центров прилипания одного типа соответствующее уравнение имеет вид

$$\frac{\partial \tilde{n}_t}{\partial t} = \alpha_n (n_0 + \tilde{n}) (N_t - n_{t0} - \tilde{n}_t) - \alpha_n n_1 (n_{t0} + \tilde{n}_t), \quad (2.19)$$

где  $N_t$ ,  $\alpha_n$  и  $n_1$  имеют тот же смысл, что и в § IX.4. При этом фактор прилипания в общем случае оказывается комплексным (что указывает на сдвиг фаз колебаний  $\tilde{n}$  и  $\tilde{n}_s$ ) и зависящим от частоты волны  $\omega$ . Однако положение существенно упрощается, если  $\omega\tau \ll 1$ , где  $\tau$  — время жизни электронов в зоне. В этом случае ловушки успевают «следить» за изменениями  $\tilde{n}$  и  $f$  становится постоянным числом, зависящим от состава кристалла и температуры.

Отметим в заключение, что, записывая уравнение движения в форме (2.18), мы не включили в него силы «трения», всегда существующие в реальных кристаллах. Этим мы исключили поглощение волны самой решеткой кристалла, которое, в случае необходимости, должно быть учтено дополнительно.

### § 3. Упругие волны в пьезодиэлектриках

Рассмотрим теперь особенно простой случай, когда упругая волна распространяется в непроводящей пьезоэлектрической среде ( $\tilde{n} = \tilde{n}_t = \tilde{n}_s = 0$ ). Тогда уравнение (2.15) дает  $\mathcal{D} = \text{const} = 0$  (так как  $\mathcal{D}$  может быть постоянным, только если оно равно нулю), а из (2.16) получается

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} = \frac{4\pi\beta}{\epsilon} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{4\pi\beta}{\epsilon} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}.$$