

## ГОРЯЧИЕ ЭЛЕКТРОНЫ

## § 1. Нагрев электронного газа

Ускоряясь электрическим полем, электроны и дырки могут приобретать не только средний импульс, но и энергию. Действительно, средняя энергия, приобретаемая единицей объема газа носителей заряда в единицу времени, равна  $(\mathbf{j}, \mathcal{E})$ . В стационарном состоянии эта величина должна равняться энергии, в среднем теряемой электронами \*) в единицу времени при столкновениях. Обозначим через  $\dot{E}$  отнесенное к единице времени изменение энергии носителя заряда за счет столкновений. Эта величина зависит от энергии  $E$ , уже имеющейся у электрона. Усредняя ее по всем состояниям электрона, получим интересующую нас величину  $\langle \dot{E} \rangle_{\text{ст}}$ . Условие баланса энергии в стационарном состоянии поэтому есть

$$(\mathbf{j}, \mathcal{E}) = n \langle \dot{E} \rangle_{\text{ст}}. \quad (1.1)$$

Используемый здесь символ  $\langle \dots \rangle$  не следует смешивать с аналогичным обозначением, использованным в гл. I, XIII. Там усреднение выполнялось с помощью равновесной функции  $f_0$ , здесь — с помощью неравновесной функции распределения, описывающей данное неравновесное стационарное состояние газа носителей заряда.

При термодинамическом равновесии, когда  $\mathbf{j} = 0$ , равенство (1.1) превращается в тождество « $0 = 0$ ». Действительно, в этих условиях электроны отдают решетке (в единицу времени) в среднем столько же энергии, сколько и получают от нее, т. е.  $\langle \dot{E} \rangle_{\text{ст}} = 0$ . В достаточно слабом поле, когда  $\mathcal{E} \ll \mathcal{E}_{\text{кр}}$  (см. (XIII.7.9') или (XIII.7.9'')), величина  $(\mathbf{j}, \mathcal{E})$  — второго порядка по напряженности поля. Соответственно очень мала и правая часть (1.1). При возрастании поля положение меняется, ибо энергия, которую электроны получают от поля, заметно возрастает. В то же время правая часть равенства (1.1) определяется вероятностью соответствующих столкновений. Как мы видели в гл. XIV, процессы рассеяния носителей заряда часто оказываются почти упругими. По этой причине величина  $\langle \dot{E} \rangle_{\text{ст}}$ , вычисленная в условиях, близких к термодинамиче-

\*) Мы будем для краткости отождествлять термины «носитель заряда» и «электрон»; исключение составят лишь явно оговариваемые случаи. Будем также рассматривать лишь невырожденный газ.

скому равновесию, может оказаться меньше ( $j$ ,  $\mathcal{E}$ ). При этом средняя энергия носителя заряда  $\langle E \rangle_{ст}$  начнет возрастать над равновесным своим значением. Так будет продолжаться до тех пор, пока вероятность тех или иных неупругих процессов не увеличится достаточным образом. При не слишком высоких значениях средней энергии электронов роль такого процесса играет обычное рассеяние на фононах, связанное с испусканием их. При дальнейшем повышении напряженности электрического поля и, следовательно,  $\langle E \rangle_{ст}$  могут стать заметными процессы ударной ионизации, при которых энергия электрона расходуется на создание новых носителей заряда (см. ниже § 6, стр. 536).

Замечая, что правая часть (1.1) обращается в нуль при  $\langle E \rangle_{ст} = = \frac{3}{2} kT$ , можем представить (1.1) в виде

$$(j, \mathcal{E}) = \frac{2/3 \langle E \rangle_{ст} - kT}{\tau_e} n. \quad (1.2)$$

Величина  $\tau_e$ , определяемая этим соотношением, имеет размерность времени и называется *средним временем релаксации энергии* (слово «среднее» часто для краткости опускают). Она зависит от механизма рассеяния носителей заряда, от температуры и, может быть, от других величин, характеризующих условия опыта. Оценку  $\tau_e$  можно получить, измеряя, например, подвижность носителей как функцию напряженности поля. В зависимости от условий опыта  $\tau_e$  может составлять  $10^{-10} \div 10^{-7}$  с (последнее — при достаточно низких температурах и в не слишком сильных полях; при этом рассеяние энергии определяется взаимодействием электронов с фононами, а вероятность испускания их невелика (гл. XIV)). В условиях, когда процессы рассеяния почти упругие, величина  $\tau_e$  может значительно превышать среднее время релаксации импульса  $\tau_p$ . По этой причине разность  $\frac{2}{3} \langle E \rangle_{ст} - kT$  может составить заметную долю средней энергии теплового движения электронов. Иначе говоря, благодаря сравнительной медленности процесса обмена энергией между носителями заряда и их окружением в решетке средняя энергия носителей в электрическом поле может оказаться больше своего термодинамически равновесного значения. Это явление называется нагревом электронного газа. Часто его описывают, вводя представление об *электронной температуре*  $T_e$ , отличающейся от температуры решетки  $T$ . Выбирая систему отсчета, в которой система носителей заряда как целое покоится, мы можем определить  $T_e$  равенством

$$\langle E \rangle_{ст} = \frac{3}{2} kT_e. \quad (1.3)$$

Название «горячие электроны» приобретает теперь наглядный смысл: температура  $T_e$  может превысить  $T$ . Ясна также и причина, по которой система отсчета была выбрана указанным выше образом: в любой другой системе отсчета средняя энергия  $\langle E \rangle_{ст}$  содержала

бы слагаемое, связанное с кинетической энергией движения системы носителей заряда как целого. Эту величину иногда называют энергией дрейфа  $E_d$ . Нецелесообразно связывать ее с температурой, ибо последняя величина описывает среднюю энергию беспорядочного движения частиц. Таким образом, при наличии дрейфа носителей заряда вместо (1.3) следует писать

$$\langle E \rangle = \frac{3}{2} kT_e + E_d. \quad (1.3')$$

С учетом (1.3) правая часть (1.2) принимает такой же вид, как и в обычной теории теплопередачи:

$$\langle \dot{E} \rangle = \frac{k(T_e - T)}{\tau_e}. \quad (1.4)$$

Роль подсистем, обменивающихся теплом, играют здесь газ носителей заряда и кристаллическая решетка.

Следует, однако, иметь в виду, что эта аналогия не всегда точна. Действительно, величина  $T_e$ , введенная равенством (1.3), есть, вообще говоря, не более чем обозначение. Она может и не обладать всеми термодинамическими свойствами обычной температуры. Последнее понятие имеет однозначный смысл лишь в условиях термодинамического равновесия; нагрев же электронного газа как раз и означает, что это равновесие нарушено. Как видно из (1.4), «температура»  $T_e$  зависит от напряженности электрического поля и от механизмов рассеяния энергии и импульса. Последние определяют времена релаксации энергии и импульса, входящие, соответственно, в формулу (1.4) и в выражение для плотности тока  $j$ .

В силу своей наглядности представление об электронной температуре оказывается очень удобным. Так, оно позволяет сразу заметить, что в условиях нагрева электронного газа все кинетические коэффициенты должны зависеть от напряженности электрического поля. Вместе с тем следует помнить, что определение (1.3) — не единственно возможное. Так, можно было бы определить электронную температуру с помощью соотношения Эйнштейна (VI.2.8), полагая

$$\frac{D}{\mu} = \frac{kT'_e}{e}. \quad (1.5)$$

Это определение «температуры»  $T'_e$  ничем не хуже и не лучше (1.3); однако значения электронной температуры, определяемые равенствами (1.3) и (1.5), вообще говоря, не совпадают\*). Можно было бы ввести и другие определения электронной температуры в соответствии с тем или иным способом ее измерения. Причина такой неоднозначности состоит в том, что, как уже говорилось, понятие температуры имеет однозначный смысл лишь в условиях термоди-

\*) Исключение составляет случай, рассматриваемый в § 4.

намического равновесия, когда единую температуру можно ввести обычным статистическим путем — через каноническое распределение Гиббса.

Нагрев электронного газа приводит к ряду следствий, наблюдаемых на опыте и интересных в техническом отношении. Прежде

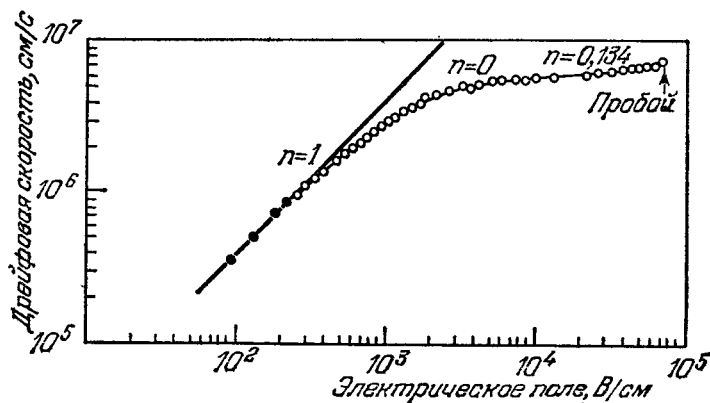


Рис. 16.1. Зависимость дрейфовой скорости от напряженности электрического поля в  $n$ -Ge при  $T = 300$  К. Число  $n$  характеризует зависимость  $v_d \sim E^n$ .

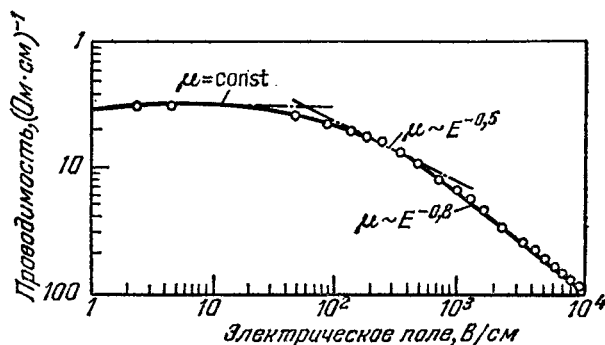


Рис. 16.2. Зависимость проводимости от напряженности электрического поля в  $p$ -Ge при  $T = 77$  К.

всего, согласно сказанному выше, в условиях нагрева нарушается закон Ома: подвижность и электропроводность начинают зависеть от напряженности поля, а дрейфовая скорость становится нелинейной ее функцией. Примеры такой зависимости приведены на рис. 16.1, 16.2 \*); более подробно этот вопрос рассматривается в § 7.

\* По данным работ: *J. B. Gunn, Journ. Electr.* 2, 87 (1956); *K. S. Mendelson, R. Bray, Proc. Phys. Soc.* B70, 899 (1957).

Нагрев электронного газа электрическим полем может привести к зависимости подвижности и электропроводности от направления тока: даже в кубических кристаллах электропроводность оказывается, вообще говоря, тензором второго ранга, а не скаляром.

Физические причины, вызывающие анизотропию электропроводности в сильном поле, могут быть связаны с видом закона дисперсии носителей заряда. Картина особенно ясна в многодолинных материалах типа  $n$ -Ge или  $n$ -Si. Ускорение электронов в каждой отдельной долине определяется эффективной массой, соответствующей направлению поля (рис. 16.3). Поэтому вклад в электропроводность, обусловленный электронами только данной долины, оказывается анизотропным.

Полный ток получается в результате суммирования по всем долинам. В условиях равновесия или в слабом поле все долины энергетически эквивалентны и концентрации электронов в них одинаковы. Соответственно полная электропроводность оказывается одной и той же при всех направлениях поля. С увеличением поля положение меняется. Дело в том, что времена  $\tau_p$  и  $\tau_e$  зависят от эффективных масс. Поэтому в разных долинах электроны будут нагреваться по-разному. Различие электрон-

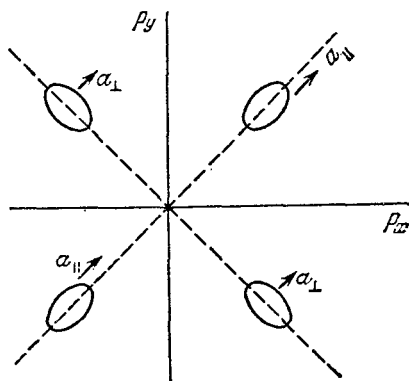


Рис. 16.3. Ускорения электронов  $a_{\parallel} = e\mathcal{E}/m_{\parallel}$  и  $a_{\perp} = e\mathcal{E}/m_{\perp}$ , принадлежащих различным эллипсоидам энергии, в электрическом поле ( $n$ -Ge).

ных температур влечет за собой и различие подвижностей и концентраций электронов в разных долинах. При этом суммирование по всем долинам уже не восстанавливает изотропию электропроводности: она становится зависящей от направления поля. Отсюда следует, что векторы  $\mathbf{j}$  и  $\mathbf{E}$  оказываются, вообще говоря, не параллельными друг другу: угол между ними зависит от ориентации вектора  $\mathbf{j}$  относительно осей кристалла.

Увеличение средней энергии электронов по сравнению с термодинамически равновесным ее значением приводит к возрастанию тока термоэлектронной эмиссии из полупроводника (при неизменной температуре решетки). В самом деле, здесь существенно не температура решетки сама по себе, а именно энергия электронов. В катодах обычного типа ее повышают, нагревая решетку. Можно, однако, «греть» электроны электрическим полем, уменьшая тем самым бесполезные потери энергии на «раскачивание» атомов решетки. Такие холодные катоды существуют; широкому их применению пока препятствует трудность значительного нагрева электрон-

ного газа при комнатных температурах. Действительно, при заданном поле разность  $(T_e - T)$  тем больше, чем больше время  $\tau_e$ , а оно становится особенно большим лишь при достаточно низких температурах  $T$ .

## § 2. Симметричная и антисимметричная части функции распределения

Функция распределения носителей заряда в слабом электрическом поле была исследована в гл. XIII. Легко убедиться, однако, что, пользуясь выражениями (XIII.5.1) и (XIII.6.7), мы получили бы для средней энергии обычное термодинамически равновесное значение. В самом деле, по определению

$$n \langle E \rangle = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} \int E(\mathbf{p}) f(\mathbf{p}) d\mathbf{p}. \quad (2.1)$$

Подставляя (XIII.5.1) в (2.1), видим, что слагаемое  $f_1$ , будучи нечетной функцией квазиимпульса, не дает вклада в интеграл, чем и доказывается высказанное утверждение. Этого и следовало ожидать: равенства (XIII.5.1) и (XIII.6.7) получены из кинетического уравнения лишь для достаточно слабого поля, когда квадратом и более высокими степенями его напряженности можно пренебречь.

При учете нагрева функцию распределения  $f(\mathbf{p})$  также можно записать в виде суммы слагаемых, четного и нечетного относительно изменения знака  $\mathbf{p}$ :

$$f(\mathbf{p}) = \frac{f(\mathbf{p}) + f(-\mathbf{p})}{2} + \frac{f(\mathbf{p}) - f(-\mathbf{p})}{2}. \quad (2.2)$$

Первое слагаемое в правой части (2.2) называется *симметричной частью* функции распределения ( $f_s$ ), второе — *антисимметричной* ( $f_a$ ):

$$f(\mathbf{p}, \mathcal{E}) = f_s + f_a, \quad (2.3)$$

причем

$$f_s(-\mathbf{p}) = f_s(\mathbf{p}), \quad f_a(-\mathbf{p}) = -f_a(\mathbf{p}).$$

В отсутствие нагрева электронного газа функция  $f_s$  превращается в равновесную функцию распределения  $f_0(E)$ , а  $f_a$  — в малую добавку  $f_1$ .

Представление функции распределения в виде (2.3) имеет ясный физический смысл. Именно, антисимметричная часть  $f_a(\mathbf{p}, \mathcal{E})$  описывает возникновение потоков заряда, энергии и т. д., а симметричная часть  $f_s(\mathbf{p}, \mathcal{E})$  связана с функцией распределения носителей заряда по энергии  $f(E)$ . Так, для средней энергии на один электрон мы имеем

$$\langle E \rangle = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3 n} \int E(\mathbf{p}) f_s(\mathbf{p}, \mathcal{E}) d\mathbf{p}. \quad (2.4)$$