Глава XVIII

ОПТИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ

§ 1. Поглощение и испускание света полупроводниками. Феноменологические соотношения

В опытах по поглощению света полупроводниками часто используются сравнительно слабые световые потоки. При этом электромагнитная волна не изменяет энергетический спектр носителей заряда (или решетки), а лишь создает новые пары электрон—дырка (или новые фононы) или вызывает перераспределение носителей заряда по состояниям. При этом величины, характеризующие оптические свойства среды, не зависят от интенсивности света. В таком случае говорят о линейном приближении: величина световой энергии, поглощаемой в образце, линейно связана с интенсивностью света. Ограничимся здесь этим приближением. Будем считать также, что длина электромагнитной волны значительно превышает постоянную решетки. Последнее условие обычно хорошо выполняется вплоть до энергий фотонов порядка нескольких сот электронвольт.

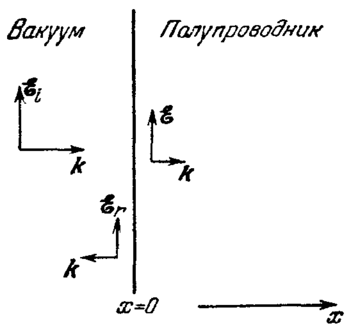

Рис. 18.1. Падающая, прошедшая и отраженная волны.

Опыты, нас здесь интересующие, сводятся в конечном счете к измерению интенсивности света, прошедшего через образец или отраженного от него. Для описания экспериментальных результатов, относящихся к кристаллам кубической симметрии (или к изотропным материалам), вводят две величины: показатели преломления n и поглощения $\varkappa$. Чтобы связать их с микроскопическими характеристиками вещества, рассмотрим задачу о распространении плоской электромагнитной волны, нормально падающей на поверхность образца. Пусть последняя совпадает с плоскостью $x = 0$, причем область $x > 0$ занята полупроводником (рис. 18.1). Размеры образца во всех направлениях будем считать сколь угодно большими.

Обозначим через $\mathcal{E}$, $\mathfrak{D}$ и $\mathcal{H}$, $\mathfrak{B}$ векторы напряженности и индукции электрического и магнитного полей электромагнитной волны. Уравнения Максвелла, описывающие распространение поперечной волны, имеют вид

$$\operatorname{rot}\mathfrak{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\mathfrak{B}}{\partial t}, \tag{1.1}$$

$$\operatorname{rot}\mathfrak{H} = \frac{4\pi}{c}\,\mathrm{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial\mathfrak{D}}{\partial t}, \tag{1.2}$$

$$\operatorname{div}\mathfrak{D} = 0, \tag{1.3}$$

$$\operatorname{div}\mathfrak{B} = 0. \tag{1.4}$$

Ограничиваясь кристаллами кубической симметрии, можем положить

$$\mathfrak{D} = \varepsilon_0\mathfrak{E}, \qquad \mathfrak{B} = \mu\mathfrak{H}, \qquad \mathrm{j} = \sigma\mathfrak{E}, \tag{1.5}$$

причем, в соответствии с § XIII.8, $\sigma = \sigma_1 + i\sigma_2$, $\varepsilon_0 = \varepsilon_1 + i\varepsilon_2$, где σ_1, σ_2, ε_1, ε_2 — вещественные величины, зависящие от частоты падающей волны ω. Магнитную проницаемость μ будем считать вещественной константой, не зависящей от ω; в немагнитных полупроводниках значение μ обычно очень близко к единице.

Возьмем ротор от обеих частей уравнения (1.1). Как известно из векторного анализа,

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathfrak{E} = -\nabla^2\mathfrak{E} + \operatorname{grad}\operatorname{div}\mathfrak{E}.$$

Пользуясь этим соотношением и равенствами (1.2), (1.3) и (1.5), мы получаем

$$\nabla^2\mathfrak{E} = \frac{\mu}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{4\pi}{c}\sigma\mathfrak{E} + \frac{\varepsilon_0}{c}\frac{\partial\mathfrak{E}}{\partial t}\right). \tag{1.6}$$

Такому же уравнению удовлетворяет и вектор $\mathfrak{H}$.

В соответствии с постановкой задачи положим (при $x \geqslant 0$)

$$\mathfrak{E} = \mathscr{E}_m \boldsymbol{\xi} e^{-i\omega t + ikx}, \tag{1.7}$$

где $\mathscr{E}_m$ — амплитуда волны, прошедшей в образец, при $x = 0$; $\boldsymbol{\xi}$ — единичный вектор в направлении $\mathfrak{E}$, k — комплексное волновое число. Из физических соображений ясно, что в поглощающей среде мнимая часть его должна быть положительна: она описывает затухание волны по мере углубления ее в среду. Подставляя (1.7) в (1.6), получим

$$k^2\mathfrak{E} = \left(\frac{4\pi i\omega\mu}{c^2}\sigma + \frac{\varepsilon_0\mu\omega^2}{c^2}\right)\mathfrak{E}. \tag{1.8}$$

Это уравнение, совместно с условием $\mathscr{E}_m \neq 0$, дает связь между k и ω, т. е. закон дисперсии электромагнитной волны в рассматриваемой среде.

Удобно ввести комплексную проводимость σ', полагая

$$\sigma' = \sigma_1' + i\sigma_2' = \sigma - \frac{i\omega}{4\pi}\varepsilon_0; \tag{1.9}$$

при этом

$$\sigma_1' = \sigma_1 + \frac{\omega\varepsilon_2}{4\pi}, \qquad \sigma_2' = \sigma_2 - \frac{\omega\varepsilon_1}{4\pi}. \tag{1.9'}$$

Положим

$$k = \frac{\omega}{c}(n + i\varkappa), \tag{1.10}$$

где n и $\varkappa$ — безразмерные вещественные положительные величины. Это и есть соответственно показатели преломления и поглощения. Смысл названий становится ясным при подстановке выражения (1.10) в (1.7). Мы получаем при этом

$$\mathbf{\mathcal{E}} = \mathcal{E}_m \xi \exp\left[-i\omega\left(t - \frac{n}{c}x\right) - \frac{\omega}{c}\varkappa x\right]. \tag{1.7'}$$

При $\varkappa = 0$, т. е. в отсутствие поглощения, выражение (1.7′) описывало бы плоскую волну, распространяющуюся с фазовой скоростью c/n и постоянной амплитудой. Если же $\varkappa \neq 0$, то амплитуда волны экспоненциально убывает по мере проникновения ее в образец.

Вместо показателя поглощения часто вводят линейный коэффициент поглощения γ, определяемый равенством

$$\gamma = 2\frac{\omega}{c}\varkappa. \tag{1.11}$$

Смысл величины γ легко понять, вспоминая, что плотность энергии электромагнитной волны пропорциональна квадрату амплитуды последней. Согласно (1.7′) это означает, что плотность энергии (и тем самым число фотонов в единице объема) убывает с ростом координаты x, как $\exp\left(-2\frac{\omega}{c}\varkappa x\right) = \exp(-\gamma x)$. Таким образом, γ^{-1} есть длина, на которой плотность энергии волны в результате поглощения убывает в e раз.

Обращая равенство (1.11), получим

$$\varkappa = \frac{\gamma\lambda}{4\pi}, \tag{1.11'}$$

где $\lambda = 2\pi\frac{c}{\omega}$ есть длина световой волны в вакууме.

Подставим выражение (1.10) в равенство (1.8) и сократим последнее на $\mathcal{E}_m$. Получим

$$n^2 - \varkappa^2 + 2in\varkappa = \frac{4\pi i\mu\sigma'}{\omega}. \tag{1.12}$$

Отделяя здесь вещественную часть от мнимой, находим два алгебраических уравнения для определения n и $\varkappa$. Корни их имеют вид

$$\varkappa = \left[\frac{2\pi\mu}{\omega}\left(\sigma_2' + \sqrt{\sigma_2'^2 + \sigma_1'^2}\right)\right]^{1/2}, \tag{1.13а}$$

$$n = \left[\frac{2\pi\mu}{\omega}\left(-\sigma_2' + \sqrt{\sigma_2'^2 + \sigma_1'^2}\right)\right]^{1/2}. \tag{1.13б}$$

Формулы (1.13а, б) решают поставленную задачу. Иногда их записывают по-другому, вводя вместо комплексной проводимости σ' комплексную диэлектрическую проницаемость

$$\varepsilon' = \frac{4\pi i}{\omega}\sigma' = \varepsilon_0 + \frac{4\pi i}{\omega}\sigma = \varepsilon_1' + i\varepsilon_2'. \tag{1.14}$$

Здесь ε_1' и ε_2' — вещественные величины.

Очевидно,

$$\sigma_1' = \frac{\omega\varepsilon_2'}{4\pi}, \qquad \sigma_2' = -\frac{\omega\varepsilon_1'}{4\pi} \tag{1.15}$$

и, следовательно,

$$\varkappa = \left[\frac{\mu}{2}\left(-\varepsilon_1' + \sqrt{\varepsilon_1'^2 + \varepsilon_2'^2}\right)\right]^{1/2}, \tag{1.16а}$$

$$n = \left[\frac{\mu}{2}\left(\varepsilon_1' + \sqrt{\varepsilon_1'^2 + \varepsilon_2'^2}\right)\right]^{1/2}. \tag{1.16б}$$

Равенства (1.13а, б) и (1.16а, б) эквивалентны, и выбор тех или других есть дело вкуса.

Согласно (1.16а) показатель поглощения оказывается отличным от нуля, если отлична от нуля мнимая часть диэлектрической проницаемости. Последняя может быть обусловлена как носителями заряда, так и решеткой. В первом случае имеет место поглощение электромагнитной волны, связанное с различными электронными переходами, во втором — поглощение, связанное с передачей энергии непосредственно решетке, т. е. с генерацией только фононов. В обоих случаях, однако, расчет оптических характеристик вещества сводится к вычислению электропроводности $\sigma(\omega)$, определяемой равенством

$$\mathbf{j}(\omega) = \sigma(\omega)\,\boldsymbol{\mathcal{E}}(\omega). \tag{1.17}$$

Здесь $\mathbf{j}(\omega)$ есть плотность электрического тока, возбуждаемого в веществе монохроматической электромагнитной волной вида (1.7).

Отметим два случая.

а. Непоглощающая среда. Пусть $\sigma_1 = \varepsilon_2 = 0$. Тогда, согласно (1.16а, б), $\varkappa = 0$ и

$$n = \sqrt{\mu\varepsilon_1'}. \tag{1.18}$$

Это есть формула Максвелла для показателя преломления, дополненная лишь учетом возможной частотной зависимости ε_1'.

б. Слабое поглощение волны достаточно большой частоты. Пусть ω больше плазменной частоты, определяемой равенством (XIII.9.4), т. е. $\varepsilon_1' > 0$. Пусть также

$$\varepsilon_1'^2 \gg \varepsilon_2'^2. \tag{1.19}$$

Тогда показатель преломления по-прежнему дается формулой (1.18), а показатель поглощения есть

$$\varkappa = \frac{\varepsilon_2'\mu^{1/2}}{2(\varepsilon_1')^{1/2}} = \frac{2\pi\sigma_1'\mu^{1/2}}{\omega(\varepsilon_1')^{1/2}}. \tag{1.20}$$

Линейный коэффициент поглощения равен теперь

$$\gamma = \frac{4\pi\sigma_1'\mu^{1/2}}{c(\varepsilon_1')^{1/2}}, \tag{1.21}$$

Смысл условия (1.19) можно выяснить, вспоминая, что длина электромагнитной волны в среде есть $\bar{\lambda} = 2\pi c/n\omega$. С помощью этого соотношения и равенств (1.18), (1.21) легко привести условие (1.19) к виду

$$\gamma^{-1} \gg \frac{\bar{\lambda}}{2\pi}. \tag{1.19'}$$

Иначе говоря, расстояние, на котором волна заметно поглощается, должно быть велико по сравнению с ее длиной.

Условие $\varepsilon_2' > 0$ и неравенство (1.19') выполняется во многих интересных случаях. При этом вклад свободных носителей заряда в диэлектрическую проницаемость образца обычно невелик, т. е. $\varepsilon_1' \simeq \varepsilon_1$. Небольшим оказывается обычно и решеточное поглощение в рассматриваемой области частот: $\varepsilon_2 \ll 1$. При этом формулу (1.21) можно переписать в виде (при $\mu \simeq 1$)

$$\gamma = \frac{4\pi\sigma_1}{c\varepsilon_0^{1/2}}. \tag{1.21'}$$

На опыте часто измеряют еще коэффициент отражения R. Последний определяется равенством

$$R = \frac{|\mathscr{E}_r|^2}{|\mathscr{E}_i|^2}. \tag{1.22}$$

Здесь $\mathscr{E}_i$ — амплитуды волны, падающей на образец, $\mathscr{E}_r$ — амплитуда отраженной волны (рис. 18.1). Пользуясь граничными условиями для компонент вектора $\mathscr{E}$ на поверхности образца, можно выразить R через показатели преломления и поглощения n и $\varkappa$. В случае нормального падения мы имеем [1]

$$R = \frac{(n-1)^2+\varkappa^2}{(n+1)^2+\varkappa^2}. \tag{1.23}$$