имеет глубокую физическую природу: оно обусловлено тем, что в материалах первого типа экстремумы зон проводимости и валентной лежат в одной точке зоны Бриллюэна, а в материалах второго типа — в разных.

5) Экситонное поглощение: энергия фотона расходуется на образование экситона.

В материалах первого типа экситонному поглощению отвечают узкие пики γ при частотах, несколько меньших ω_m; в материалах второго типа вместо пиков наблюдаются «ступеньки».

§ 3. Поглощение и отражение электромагнитных волн газом свободных носителей заряда

Рассмотрим поглощение света свободными носителями заряда с изотропным законом дисперсии. Комплексная электропроводность такой системы вычислена в § XIII.8 с помощью кинетического уравнения Больцмана. Согласно (XIII.8.6) и (1.21′)

$$\gamma = \frac{4\pi e^2}{3c\varepsilon_0^{1/2}} \int_0^\infty \frac{N(E)\,\tau(E)\,v^2(E)}{1+\omega^2\tau^2(E)}(-f_0')\,dE. \tag{3.1}$$

Начало отсчета энергии здесь совмещено с нижней границей соответствующей зоны.

В отсутствие вырождения $-f_0' = \frac{1}{kT}\exp\frac{F-E}{kT}$ и, как и в статическом случае (§ XIII.7), правая часть (3.1) оказывается пропорциональной концентрации электронов n.

Коэффициент поглощения (3.1) обращается в нуль как при очень сильном рассеянии ($\tau \to 0$), так и в отсутствие его ($\tau \to \infty$). В первом случае носители заряда практически не могут свободно двигаться и образец, в сущности, представляет собой диэлектрик. Во втором случае функция распределения не успевает изменяться вместе с полем (§ XIII.8). В результате обращается в нуль компонента плотности тока, синфазная с полем, и поглощение энергии отсутствует.

Явный вид функции $\gamma(\omega)$ зависит, вообще говоря, от механизма рассеяния. Положение упрощается, если частота достаточно велика, так что в существенном интервале энергий время релаксации удовлетворяет условию

$$(\omega\tau)^2 \equiv \left(\frac{2\pi c}{\lambda}\tau\right)^2 \gg 1. \tag{3.2}$$

При этом равенство (3.1) принимает вид

$$\gamma = \frac{C}{\omega^2} \sim \lambda^2. \tag{3.3}$$

Здесь

$$C = \frac{4\pi e^2}{3c\varepsilon_0^{1/2}} \int\limits_0^\infty \frac{v^2(E)\,N(E)}{\tau(E)}(-f_0')\,dE. \tag{3.4}$$

Как видно из вывода, в рассматриваемых условиях частотная зависимость коэффициента поглощения, определяемая формулой (3.3), должна иметь место при любом механизме рассеяния и при любой температуре. Последние факторы влияют только на величину коэффициента C.

Этот результат, однако, не всегда согласуется с опытом. Так, в n-Ge в области длин волн порядка 100 мкм и меньше коэффициент поглощения света свободными электронами пропорционален величине $\lambda^{3/2}$, если доминирует рассеяние квазиимпульса на акустических колебаниях решетки, и величине $\lambda^{7/2}$, если решающую роль играет рассеяние на заряженной примеси [3].

Причина этого расхождения состоит в невозможности пользоваться классическим кинетическим уравнением, если частота электромагнитной волны недостаточно мала. Действительно, согласно классической механике, на которой основано уравнение Больцмана, энергия, получаемая в единицу времени каждым отдельным носителем заряда от электромагнитного поля волны, есть $e(\mathbf{v}, \mathcal{E})$, где $\mathbf{v}$ — скорость данного носителя. При малой напряженности поля эта энергия может быть сколь угодно мала. На самом деле, однако, передача энергии происходит квантами величины $\hbar\omega$, которая никак не зависит от $\mathcal{E}$. Квадрат напряженности поля определяет лишь среднее число фотонов в единице объема вещества: это число пропорционально среднему по времени (за период волны) от классического значения плотности энергии электромагнитного поля*)

$$W = \frac{\varepsilon_1 \mathcal{E}^2 + \mu\mathcal{H}^2}{8\pi}. \tag{3.5}$$

Отсюда следует, что расчет коэффициента поглощения с помощью классических соображений может быть оправдан, лишь если энергия светового кванта мала по сравнению с характерной энергией носителя заряда: при этом «столкновение» электрона с фотоном оказывается почти упругим. В отсутствие фермиевского вырождения это означает, что частота волны должна удовлетворять неравенству

$$\hbar\omega \ll kT, \tag{3.6}$$

т. е.

$$\lambda T \gg 1{,}5 \text{ см} \cdot \text{град}. \tag{3.6'}$$

---

*) Мы считаем здесь $\varepsilon \simeq \varepsilon_1$; в интересующем нас круге вопросов это условие обычно хорошо выполняется, если частота ω не слишком близка к плазменной.

Здесь длина волны должна быть выражена в сантиметрах, а температура — в градусах Кельвина. При $T = 300$ К отсюда следует, что длина волны должна значительно превышать $4 \cdot 10^{-3}$ см $= 40$ мкм.

Коль скоро условие (3.6) не выполняется, возникает необходимость квантовомеханической трактовки поведения электронов. При этом можно по-прежнему пользоваться формулой (1.17); следует лишь вычислять плотность тока методами квантовой механики — как среднее значение соответствующего оператора. Иногда бывает удобнее пользоваться вытекающим из (1.17) выражением для средней энергии Q, получаемой носителями заряда от электромагнитной волны в единицу времени и в единице объема:

$$Q = \sigma \langle \mathscr{E}^2 \rangle = \frac{1}{2} \sigma_1 \mathscr{E}_m^2. \tag{3.7}$$

Здесь угловые скобки обозначают усреднение по периоду поля.

Легко выразить Q через среднее число фотонов данной энергии $\rho(\hbar\omega)$, рассчитанное на единичный интервал энергии и на единицу объема. Действительно, среднее по времени значение плотности энергии (3.5) равно *)

$$\langle W \rangle = \frac{\varepsilon_1}{8\pi} \mathscr{E}_m^2.$$

По определению эта же величина должна равняться

$$\hbar\omega\rho(\hbar\omega)\,\Delta(\hbar\omega),$$

где $\Delta(\hbar\omega)$ есть интервал, в котором заключены возможные значения энергии фотонов.

Таким образом,

$$\mathscr{E}_m^2 = \frac{8\pi}{\varepsilon_1} \hbar\omega\rho(\hbar\omega)\,\Delta(\hbar\omega) \tag{3.8}$$

и равенство (3.7) можно переписать в виде

$$Q = \frac{4\pi\sigma_1}{\varepsilon_1} \hbar\omega\rho(\hbar\omega)\,\Delta(\hbar\omega), \tag{3.7'}$$

или, с учетом (1.21′),

$$Q = \frac{\gamma c}{\varepsilon_1^{1/2}} \hbar\omega\rho(\hbar\omega)\,\Delta(\hbar\omega). \tag{3.9}$$

Очевидно, величину

$$\mathscr{P} = \frac{\gamma c}{\varepsilon_1^{1/2}} \tag{3.10}$$

*) Здесь принято во внимание, что в рассматриваемой нами плоской волне $\varepsilon_1 \mathscr{E}^2 = \mu \mathscr{H}^2$.

можно рассматривать как вероятность поглощения фотона данной частоты, отнесенную к единице времени *).

Расчет, выполненный квантовомеханическим путем **), позволяет успешно объяснить указанные выше экспериментальные данные: при $\hbar\omega \gtrsim kT$ сам вид частотной зависимости γ оказывается различным для разных механизмов рассеяния, причем получаются как раз те соотношения, которые наблюдаются на опыте. С другой стороны, в условиях (3.6) квантовомеханическое выражение, как и следовало ожидать, переходит в классическое (3.3).

Коэффициент отражения электромагнитной волны от вещества со свободными носителями заряда можно найти по формуле (1.23). Здесь особенно интересен случай, когда частота излучения близка к плазменной ω_{pl} (§ XIII.9), а поглощение сравнительно невелико ($\varepsilon_2' \ll 1$). Тогда формулы (1.16а, б) и (1.14) дают

$$\varkappa \ll 1, \qquad n \simeq \left[\mu\left(\varepsilon_1 - \frac{4\pi}{\omega}\sigma_2\right)\right]^{1/2}. \tag{3.11}$$

Для σ_2 в рассматриваемых условиях можно воспользоваться выражением (XIII.8.14), выразив его правую часть через плазменную частоту по формуле (XIII.9.4). Получим

$$n = \left[\mu\varepsilon_1\left(1 - \frac{\omega_{pl}^2}{\omega^2}\right)\right]^{1/2}. \tag{3.12}$$

Видим, что при $\omega = \omega_{pl}$ показатель преломления обращается в нуль, а при

$$\omega = \omega_{pl}\left[\frac{\varepsilon_1\mu}{\varepsilon_1\mu - 1}\right]^{1/2} \equiv \omega_1 \tag{3.13}$$

— в единицу. Соответственно коэффициент отражения оказывается близким к единице ($\omega = \omega_{pl}$) или к нулю ($\omega = \omega_1$).

Во многих полупроводниках величина $\mu\varepsilon_1$ значительно превосходит единицу. При этом частоты ω_1 и ω_{pl} оказываются близкими друг к другу. Следовательно, в интервале длин волн

$$\frac{2\pi c}{\omega_{pl}} > \lambda > \frac{2\pi c}{\omega_1} \tag{3.14}$$

происходит быстрый рост коэффициента отражения с увеличением длины волны. Об этом участке говорят как о *плазменном крае отражения*. Определяя из опыта длину волны, при которой коэффициент отражения минимален, можно найти оптическую эффективную массу носителя заряда.

---

*) Строго говоря, в формуле для $\mathscr{P}$ должна была бы фигурировать групповая скорость электромагнитной волны, а не фазовая $c/\varepsilon_1^{-1/2}$. Однако сама формула (1.21′) получена уже в пренебрежении дисперсией света (§ 1).

**) Соответствующие вычисления можно найти в книге [2].