

Многokратное отражение излучения происходит от двух параллельных полированных граней кристалла, которые играют роль зеркал резонатора. Излучение выходит через узкие полосы, образованные пересечением активного слоя с частично отражающими гранями кристалла.

Лазерный эффект наблюдается во многих однодолинных полупроводниках. Одним из лучших полупроводниковых лазеров является инжекционный лазер на арсениде галлия. Укажем для ориентировки некоторые его характеристики. Размеры таких лазеров очень малы, что связано с трудностями изготовления больших однородных p - n -переходов. При излучающей поверхности порядка 10^{-4} см² излучаемая ими мощность в непрерывном режиме достигает ~ 10 Вт, что в пересчете на 1 см² соответствует $\sim 10^2 \div \div 10^3$ кВт/см². В соответствии с шириной запрещенной зоны длина волны излучаемого света равна ~ 8000 — 9000 Å (в зависимости от рабочей температуры). Величина пороговой плотности тока через p - n -переход, при которой наступает самовозбуждение, имеет порядок 100 А/см² (что соответствует полному току порядка немногих ампер). Коэффициент полезного действия при охлаждении жидким азотом достигает 70—80%.

Характеристики полупроводниковых лазеров можно значительно улучшить, применяя вместо обычных p - n -переходов, созданных в одном и том же полупроводнике, анизотипные гетеропереходы (§ VIII.5). Это позволяет существенно уменьшить пороговый ток и потому легче осуществить непрерывную генерацию в неохлаждаемых переходах при комнатной температуре, что сильно расширяет возможные применения полупроводниковых лазеров. Подробнее о полупроводниковых лазерах см., например, в [4, 5].

§ 7. Коэффициент поглощения при прямых переходах. Комбинированная плотность состояний

Рассмотрим коэффициент поглощения при прямых междузонных переходах. Будем считать, что функции распределения $f(\lambda)$ и $f(\lambda')$ равновесные. Тогда формула (4.9) с учетом (5.1') и (5.4) примет вид (при $l' = c$, $l = v$)

$$\sigma_1 = \frac{4\pi e^2}{m_0^2 \omega V} \sum_{\mathbf{p}} |(\xi, \mathbf{p}_{cv})|^2 f_0(E_v(\mathbf{p})) [1 - f_0(E_c(\mathbf{p}))] \times \\ \times \delta(E_c(\mathbf{p}) - E_v(\mathbf{p}) - \hbar\omega). \quad (7.1)$$

Переходя здесь от суммирования по \mathbf{p} к интегрированию и пользуясь формулой (1.21'), мы получаем

$$\gamma = \frac{2e^2}{\pi c m_0^2 \omega \hbar^3 e^{1/2}} \int d\mathbf{p} |(\xi, \mathbf{p}_{cv}(\mathbf{p}))|^2 f_0(E_v(\mathbf{p})) \times \\ \times [1 - f_0(E_c(\mathbf{p}))] \delta(E_c(\mathbf{p}) - E_v(\mathbf{p}) - \hbar\omega). \quad (7.2)$$

Если свет не поляризован, то величину $|\langle \xi, \mathbf{p}_{cv} \rangle|^2$ можно заменить результатом усреднения ее по углам $\frac{1}{3} |\mathbf{p}_{cv}|^2$.

В невырожденных полупроводниках почти все состояния валентной зоны заполнены, а зоны проводимости — свободны. При этом множитель $f_0(E_v(\mathbf{p}))[1 - f_0(E_c(\mathbf{p}))]$ в правой части (7.2) можно заменить единицей. Это означает, что все переходы, дозволенные энергетически, разрешены и принципом Паули. Так, в «прямых» полупроводниках красная граница поглощения ω_m отвечает минимальному значению разности энергий $E_c(\mathbf{p}) - E_v(\mathbf{p})$:

$$\hbar\omega_m = E_g.$$

В условиях сильного вырождения положение меняется. Пусть, например, уровень Ферми лежит в зоне проводимости, причем $F - E_c \gg kT$ (рис. 18.8). Тогда принцип Паули практически

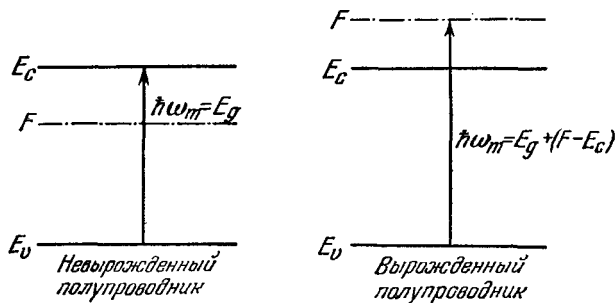


Рис. 18.8. Сдвиг Бурштейна — Мосса.

исключает возможность переходов в состояния зоны проводимости с энергией $E < F$. Красная граница поглощения при этом отвечает энергии $E_g + (F - E_c)$, т. е. смещается вверх (по сравнению с невырожденным образцом) на величину $(F - E_c)/\hbar$. Это явление называется сдвигом Бурштейна—Мосса. Заметим, что в рассматриваемой задаче

$$f_0(E_v(\mathbf{p}))[1 - f_0(E_c(\mathbf{p}))] = f_0(E_v(\mathbf{p})) - f_0(E_c(\mathbf{p}))$$

как для вырожденного, так и для невырожденного полупроводников. Этим оправдано использование формулы (4.9) и, следовательно, (7.2) вместо (4.13).

Для исследования структуры энергетических зон особый интерес представляет частотная зависимость коэффициента поглощения (7.2). Вычисление функции $\gamma(\omega)$ в общем виде связано с большими трудностями, ибо она определяется как законами дисперсии, так и матричным элементом $\mathbf{p}_{cv}(\mathbf{p})$. Заметим, однако, что последняя величина есть гладкая функция \mathbf{p} , ибо интеграл (5.4) сходится при любых значениях компонент квазиимпульса. Поэтому мы вправе

выбрать в зоне Бриллюэна некоторую точку \mathbf{p}_0 и разложить этот матричный элемент по степеням $\mathbf{p} - \mathbf{p}_0$:

$$p_{cv}^{\alpha}(\mathbf{p}) = p_{cv}^{\alpha}(\mathbf{p}_0) + c_{\alpha\beta}(p_{\beta} - p_{0,\beta}) + \dots \quad (7.3)$$

Здесь $c_{\alpha\beta}$ — безразмерный тензор; многоточие означает члены высшего порядка по $(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0)$ *).

Разложение (7.3) имеет смысл, если точки \mathbf{p} и \mathbf{p}_0 не слишком далеки друг от друга. Иначе говоря, нужно, чтобы были достаточно близки друг к другу разности энергий $E_c(\mathbf{p}) - E_v(\mathbf{p})$ и $E_c(\mathbf{p}_0) - E_v(\mathbf{p}_0)$. Это означает, что при заданной точке \mathbf{p}_0 рассматриваемым разложением можно пользоваться лишь для определения функции $\gamma(\omega)$ в не слишком широком интервале частот. При этом величины $p_{cv}(\mathbf{p}_0)$ и $c_{\alpha\beta}$ можно либо рассматривать как параметры теории, подлежащие определению из опыта, либо вычислять численными методами.

В зависимости от свойств симметрии волновых функций $u_{p_0c}^*$ и u_{p_0v} матричный элемент

$$p_{cv}(\mathbf{p}_0) = \int u_{p_0c}^* (-i\hbar\nabla) u_{p_0v} d\mathbf{r} \quad (7.4)$$

может быть отличным от нуля или обращаться в нуль.

Пусть, например, функции u_{p_0v} и $u_{p_0c}^*$ характеризуются определенной четностью, т. е. либо меняют знак (нечетные функции), либо остаются неизменными (четные функции) при изменении знаков пространственных координат.

Рассмотрим сначала случай, когда их четность одна и та же, например, обе четные. Поскольку производная от четной функции нечетна, все подинтегральное выражение в (7.4) меняет знак при изменении знаков пространственных координат — переменных интегрирования. То же, очевидно, относится и к самому интегралу. Но при замене переменных интегрирования интеграл измениться не может. Следовательно, он равен нулю. Так, например, обстоит дело при переходах в точке $\mathbf{p}_0 = 0$ между зонами легких и тяжелых дырок в соединениях типа $A^{III}B^V$.

С другой стороны, если функции u_{p_0v} и $u_{p_0c}^*$ обладают разной четностью, то подинтегральное выражение в (7.4) не меняется при изменении знака переменных интегрирования и интеграл может быть отличен от нуля. Это имеет место, например, при переходах между зоной легких дырок и зоной проводимости в арсениде галлия. При более сложных свойствах симметрии правила отбора устанавливаются с помощью теории групп.

*) Фактически в дальнейшем значение \mathbf{p}_0 будет отвечать либо границе зоны проводимости (или валентной), либо какой-либо другой критической точке (§ 8).

Если интеграл (7.4) отличен от нуля, то говорят о прямых разрешенных переходах, в противном случае — о прямых запрещенных.

Рассмотрим сначала прямые разрешенные переходы в невырожденном полупроводнике. При этом в правой части (7.3) можно оставить только первое слагаемое, т. е. заменить $\rho_{cv}(\mathbf{p})$ на $\rho_{cv}(\mathbf{p}_0)$ (впредь мы будем для краткости опускать аргумент \mathbf{p}_0). Тогда (для неполяризованного света) формула (7.2) принимает вид

$$\gamma = \frac{2e^2 |\rho_{cv}|^2}{3\pi c m_0^2 \omega \hbar^3 \epsilon_1^{1/2}} \int \delta(E_c(\mathbf{p}) - E_v(\mathbf{p}) - \hbar\omega) d\mathbf{p}. \quad (7.5)$$

Введем обозначение

$$\rho_{\text{комб}}(\omega) = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} \int \delta(E_c(\mathbf{p}) - E_v(\mathbf{p}) - \hbar\omega) d\mathbf{p}. \quad (7.6)$$

Получим

$$\gamma = \frac{2(2\pi)^2 e^2 |\rho_{cv}|^2}{3\pi c m_0^2 \omega \epsilon_1^{1/2}} \rho_{\text{комб}}(\omega). \quad (7.7)$$

Величина $\rho_{\text{комб}}(\omega)$ называется *комбинированной плотностью состояний*. Смысл этого названия становится ясным, если сравнить правую часть (7.6) с формулами для плотностей состояний в зонах проводимости и валентной (V.7.8б). Разница состоит лишь в том, что, в отличие от последних формул, правая часть (7.6) определяется не видом каждого из законов дисперсии $E_c(\mathbf{p})$ и $E_v(\mathbf{p})$ по отдельности, а разностью $E_c(\mathbf{p}) - E_v(\mathbf{p})$.

Как видно из формулы (7.6), комбинированная плотность состояний отлична от нуля лишь при

$$\omega \geq \omega_m = E_g/\hbar. \quad (7.8)$$

Смысл этого неравенства очевиден: в рассматриваемых условиях междузонные переходы могут быть вызваны только фотонами достаточно большой энергии.

Вычислим комбинированную плотность состояний для частот, близких к пороговому значению ω_m . В качестве \mathbf{p}_0 здесь удобно выбрать точку в зоне Бриллюэна, отвечающую дну зоны проводимости (по условию ей же соответствует и потолок валентной зоны). Предположим сначала, что $\mathbf{p}_0 = 0$, и аппроксимируем законы дисперсии простыми параболическими выражениями, совмещая начало отсчета энергии с дном зоны проводимости:

$$E_c(\mathbf{p}) = \frac{p^2}{2m_n}, \quad E_v(\mathbf{p}) = -E_g - \frac{p^2}{2m} \quad (7.9)$$

Подставим выражения (7.9) в правую часть (7.6) и будем вычислять фигурирующий там интеграл в сферических координатах.

Интегрируя по полярным углам, получим

$$\rho_{\text{комб}}(\omega) = \frac{1}{\pi^2 \hbar^3} \int_0^{\infty} p^2 \delta\left(\frac{p^2}{2m_r} + E_g - \hbar\omega\right) dp, \quad (7.10)$$

где

$$m_r = \frac{m_n m_p}{m_n + m_p} \quad (7.11)$$

есть приведенная эффективная масса электрона и дырки.

Интеграл, фигурирующий в формуле (7.10), легко вычислить, пользуясь правилами Приложения IV. При $\omega \geq \omega_m$

$$\rho_{\text{комб}}(\omega) = \frac{[2m_r^3(\hbar\omega - E_g)]^{1/2}}{2\pi^2 \hbar^3}. \quad (7.12)$$

Результат (7.12) легко обобщить и на случай, когда экстремумы зон лежат в точке $\mathbf{p}_0 \neq 0$ и законы дисперсии электронов и дырок анизотропные (но параболические). При этом частотная зависимость $\rho_{\text{комб}}(\omega)$ остается такой же, как и в (7.12); надо лишь заменить там множитель $m_r^{3/2}$ на $(m_{rx} m_{ry} m_{rz})^{1/2}$, где m_{rx}^{-1} , m_{ry}^{-1} , m_{rz}^{-1} суть главные значения тензора $m_{r, \alpha\beta}^{-1} = m_{c, \alpha\beta}^{-1} + m_{v, \alpha\beta}^{-1}$.

Таким образом, при параболических законах дисперсии частотная зависимость коэффициента поглощения при прямых разрешенных переходах имеет вид

$$\gamma(\omega) \sim \frac{1}{\omega} (\omega - \omega_m)^{1/2}. \quad (7.13)$$

Обратимся теперь к прямым запрещенным переходам. При этом в правой части (7.3) надо сохранить и второе слагаемое, в результате чего матричный элемент $\rho_{cv}(\mathbf{p})$ оказывается обычно отличным от нуля. Полагая вновь $\mathbf{p}_0 = 0$ и пользуясь формулами (7.3), (7.2) (для неполяризованного света) и (7.9), мы получаем (по-прежнему в отсутствие вырождения)

$$\gamma = \sum_{\alpha, \beta, \gamma} \frac{2e^2 |c_{\alpha\beta} c_{\alpha\gamma}|^2}{3\pi c m_0^2 \omega \hbar^3 \epsilon_1^{1/2}} \int p_\beta p_\gamma \delta\left(\frac{p^2}{2m_r} + E_g - \hbar\omega\right) dp. \quad (7.14)$$

Как и в случае (7.6), интеграл легко вычисляется в полярных координатах. При $\omega \geq \omega_m$

$$\gamma = \sum_{\alpha, \beta} \frac{8e^2 |c_{\alpha\beta}|^2 m_r^{3/2}}{9c m_0^2 \hbar^3 \epsilon_1^{1/2} \omega} [2(\hbar\omega - E_g)^3]^{1/2}. \quad (7.15)$$

Этот результат (с точностью до численного множителя) остается в силе и при $\mathbf{p}_0 \neq 0$, и при любой анизотропии тензоров обратных эффективных масс, лишь бы законы дисперсии электронов и дырок

оставались параболическими. Таким образом, частотная зависимость коэффициента поглощения при прямых запрещенных переходах имеет вид

$$\gamma \sim \frac{1}{\omega} (\omega - \omega_m)^{3/2}. \quad (7.16)$$

Как уже отмечалось, формулы (7.13) и (7.16) справедливы при не слишком больших значениях разности $\omega - \omega_m$: энергии электронов и дырок должны быть такими, чтобы законы дисперсии оставались параболическими и чтобы имело смысл разложение (7.3). Количественно эти условия можно сформулировать только применительно к тому или иному конкретному материалу. Следует также иметь в виду, что формулы (7.12) — (7.16) оказываются несправедливыми не только при очень больших частотах, но и при частотах, очень близких к пороговой. Дело в том, что вывод этих формул основан на зонной теории, в рамках которой носители заряда рассматриваются как невзаимодействующие частицы. Фактически, однако, такое взаимодействие имеет место: электрон и дырка испытывают взаимное кулоновское притяжение. Как мы видели в § XVII.7, характерная энергия последнего — порядка боровской энергии в кристалле $\frac{m_r e^4}{2\varepsilon^2 \hbar^2}$. Следует ожидать поэтому, что принятый выше упрощенный подход будет оправдан, лишь если

$$\hbar\omega - E_g \gg \frac{m_r e^4}{2\varepsilon^2 \hbar^2}. \quad (7.17)$$

Тщательное теоретическое исследование [6] действительно показывает, что в условиях (7.17) формулы (7.12)—(7.16) остаются в силе, в то время как при меньших частотах частотная зависимость коэффициента поглощения оказывается иной.

Во многих кристаллах боровская энергия, фигурирующая в правой части (7.17), сравнительно невелика. Так, в арсениде галлия и фосфиде индия она составляет около 0,004 эВ, в антимониде галлия — около 0,003 эВ. По этой причине область применимости формул (7.12)—(7.16) оказывается довольно широкой. Исключение составляют лишь узкозонные полупроводники, в которых отклонения законов дисперсии от параболических становятся заметными уже при довольно малых энергиях носителей заряда.

§ 8. Критические точки

Обратимся к изучению коэффициента поглощения при прямых разрешенных переходах в области частот, заметно превышающих пороговую. Здесь надо прежде всего выяснить, какие точки в зоне Бриллюэна представляют наибольший интерес. Для этой цели вернемся вновь к формуле (7.6). Фигурирующий в ней тройной