

типов. Как видно из рис. 18.9, *в*, *г*, при наличии двух близких по энергии критических точек типа M_1 и M_2 на кривой $\gamma(\omega)$ может возникнуть плато (рис. 18.10). Такие плато действительно иногда наблюдаются.

§ 9. Непрямые переходы

Рассмотрим не прямые междузонные переходы в веществах типа Ge и Si. Ограничимся при этом невырожденными материалами и областью частот вблизи пороговой. Функцию распределения электронов по энергиям будем считать равновесной: $f_0(E_c(\mathbf{p})) \approx 0$, $f_0(E_v(\mathbf{p})) \approx 1$.

В рассматриваемых веществах точка \mathbf{p}_0 , в которой расположен главный минимум зоны проводимости, находится недалеко от границы зоны Бриллюэна. Это означает, что не прямой переход, изображенный на рис. 18.4, *а*, связан с изменением квазиимпульса на величину порядка \hbar/a , где a — постоянная решетки. Как видно из формулы (XIV.5.18), вероятность передачи квазиимпульса $|\mathbf{p} - \mathbf{p}'|$ при рассеянии на заряженной примеси пропорциональна

$$\frac{N_t Z^2 e^4}{\epsilon^2 [\hbar^2 r_0^{-2} - (\mathbf{p} - \mathbf{p}')^2]}, \quad (9.1)$$

где N_t — концентрация примеси, заряд иона которой (в единицах e) равен Z , а r_0 — радиус экранирования. В не слишком сильно легированных материалах $r_0 \gg a$, и выражение (9.1) оказывается пропорциональным малой величине

$$N_t a^4 a_B^{-1},$$

где, как всегда, через a_B обозначен боровский радиус в кристалле. С другой стороны, согласно (XIV.4.15) вероятность рассеяния на акустических колебаниях решетки слабо зависит от величины передаваемого квазиимпульса. По этим причинам при не слишком большой концентрации заряженной примеси рассеяние носителей заряда на ней не играет заметной роли при не прямых междузонных переходах. Доминирующим — при всех температурах, представляющих экспериментальный интерес, — оказывается рассеяние на акустических колебаниях решетки *). При этом возможны процессы, связанные как с поглощением, так и с испусканием фононов. В большинстве интересных полупроводников энергия взаимодействия электронов с фононами сравнительно невелика. Это позволяет ограничиться рассмотрением только однофононных процессов. Обозначим частоту и квазиволновой вектор фонона через $\omega_{\mathbf{q}}$ и \mathbf{q} . Тогда

*) Положение меняется в сильно легированных полупроводниках, когда из-за взаимодействия с атомами примеси изменяется сама структура энергетического спектра носителей заряда (гл. XIX).

законы сохранения энергии и квазиимпульса при междузонных переходах с поглощением или испусканием фонона будут иметь вид

$$E_v(\mathbf{p}) + \hbar\omega + \hbar\omega_\phi(\mathbf{q}) = E_c(\mathbf{p}'), \quad \mathbf{p} + \hbar\mathbf{q} = \mathbf{p}' \quad (9.2a)$$

и

$$E_v(\mathbf{p}) + \hbar\omega - \hbar\omega_\phi(\mathbf{q}) = E_c(\mathbf{p}'), \quad \mathbf{p} - \hbar\mathbf{q} = \mathbf{p}'. \quad (9.2б)$$

Рассматриваемые квантовые переходы происходят в результате взаимодействия электронов как с фотонами, так и с фононами. Первое из этих взаимодействий описывается гамильтонианом (4.5), второе — формулой (XIV.3.32). Расчет коэффициента поглощения с учетом обоих этих взаимодействий требует довольно длинных вычислений, которые можно найти, например, в обзоре [6]. Общую структуру выражения для γ можно, однако, установить без всяких вычислений.

Во-первых, ясно, что мы получим здесь сумму двух членов, γ_+ и γ_- , соответствующих поглощению фотона с испусканием и поглощением фонона:

$$\gamma(\omega) = \gamma_+(\omega) + \gamma_-(\omega). \quad (9.3)$$

Во-вторых, в силу законов сохранения (9.2a) и (9.2б) и соображений, связанных с принципом Паули, для γ_+ и γ_- должны получиться выражения типа (7.2). Нужно лишь изменить в (7.2) аргумент δ -функции, включив в него энергию фонона с квазиимпульсом $\pm \hbar(\mathbf{p} - \mathbf{p}')$, ввести под знак суммы дополнительный множитель, описывающий вероятность испускания или поглощения фонона, и просуммировать по всем ветвям фононного спектра.

Как и при прямых междузонных переходах здесь следует различать переходы разрешенные и запрещенные — в соответствии с тем, не равно или равно нулю первое слагаемое в правой части формулы (7.3). Рассмотрим сначала разрешенные переходы. Опущенные несущественные постоянные множители, мы получим

$$\gamma_{\pm}(\omega) \sim \sum_s C_s^{-1} \{n(\omega_{\phi,s}) I_- + [n(\omega_{\phi,s}) + 1] I_+\}. \quad (9.4)$$

Здесь C_s — константы, описывающие энергию взаимодействия электронов с фононами s -й ветви и указанные в таблице 14.2; $\omega_{\phi,s}$ есть частота фонона s -й ветви, квазиволновой вектор которого равен \mathbf{p}_0/\hbar ; $n(\omega_{\phi,s}) = \left[\exp \frac{\hbar\omega_{\phi,s}}{kT} - 1 \right]^{-1}$ — равновесное число фононов данного типа, а через I_{\pm} обозначены интегралы

$$I_{\pm} = \int \delta(E_c(\mathbf{p}') - E_v(\mathbf{p}) - \hbar\omega \pm \hbar\omega_{\phi,s}) d\mathbf{p} d\mathbf{p}'. \quad (9.5)$$

Правую часть (9.5) легко представить в виде интеграла от произведения плотностей состояний в валентной зоне и в зоне проводимости. Действительно, введем промежуточное интегрирование по

вспомогательной энергетической переменной E , пользуясь тождеством

$$\int \delta(E_c(\mathbf{p}') - E_v(\mathbf{p}) - \hbar\omega \pm \hbar\omega_{\phi, s}) d\mathbf{p} d\mathbf{p}' = \\ = \int_{-\infty}^{+\infty} dE \int \delta(E_c(\mathbf{p}') - E) d\mathbf{p}' \int \delta(E - E_v(\mathbf{p}) - \hbar\omega \pm \hbar\omega_{\phi, s}) d\mathbf{p}. \quad (9.6)$$

Принимая теперь во внимание равенство (V.7.8 б), находим

$$I_{\pm} \sim \int_{-\infty}^{+\infty} dE N_c(E) N_v(E - \hbar\omega \pm \hbar\omega_{\phi, s}). \quad (9.7)$$

Вычислим интегралы (9.7) для параболических (не обязательно изотропных) законов дисперсии (по-прежнему совмещая начало отсчета энергии с дном зоны проводимости). В этом случае (§ V.2)

$$N_c(E) \sim \begin{cases} E^{1/2}, & E \geq 0, \\ 0, & E < 0 \end{cases}$$

и

$$N_v(E - \hbar\omega \pm \hbar\omega_{\phi, s}) \sim \\ \sim \begin{cases} (\hbar\omega - E_g - E \mp \hbar\omega_{\phi, s})^{1/2}, & \hbar\omega - E_g - E \mp \hbar\omega_{\phi, s} \geq 0, \\ 0, & \hbar\omega - E_g - E \pm \hbar\omega_{\phi, s} < 0. \end{cases}$$

Подставляя эти выражения в правую часть (9.7), получаем

$$I_{\pm} \sim \int_0^{\hbar\omega - E_g \mp \hbar\omega_{\phi, s}} [E(\hbar\omega - E_g - E \mp \hbar\omega_{\phi, s})]^{1/2} dE = \\ = \frac{\pi}{8} (\hbar\omega - E_g \mp \hbar\omega_{\phi, s})^2. \quad (9.8)$$

Таким образом, для коэффициента поглощения при непрямых разрешенных переходах находим

$$\gamma \sim \sum_s C_s^{-1} \{ n(\omega_{\phi, s}) (\hbar\omega - E_g + \hbar\omega_{\phi, s})^2 + \\ + [n(\omega_{\phi, s}) + 1] (\hbar\omega - E_g - \hbar\omega_{\phi, s})^2 \}. \quad (9.9)$$

Как и следовало ожидать, в отличие от прямых переходов, правая часть (9.9) зависит от температуры.

Формула (9.9) упрощается, если энергия $\hbar\omega_{\phi, s}$ мала по сравнению с $\hbar\omega - E_g$ *). Тогда

$$\gamma \sim (\hbar\omega - E_g)^2 \sum_s C_s^{-1} \operatorname{cth} \frac{\hbar\omega_{\phi, s}}{2kT}. \quad (9.9')$$

*) Это условие может и не составлять большого ограничения, так как предельная энергия акустического фона обычно не превышает нескольких сотых долей электронвольта.

При правильно выбранных значениях C_s выражение (9.9) хорошо описывает температурную и частотную зависимость коэффициента поглощения в германии и кремнии (вблизи порога). Частотная зависимость вида (9.9') наблюдалась в фосфиде галлия.

§ 10. Электрооптика

При наложении на образец постоянного и однородного электрического поля энергетический спектр носителей заряда претерпевает серьезные изменения (§ IV.6). Соответственно изменяются и спектры поглощения и испускания света полупроводником. Самое характерное их отличие от того, что наблюдается в отсутствие поля, ясно из рис. 4.8: при наложении постоянного и однородного электрического поля становятся возможными междузонные оптические переходы при частоте света, меньшей красной границы *). Это — переходы, неперпендикулярные в плоскости (z, E) . Они связаны с туннельным просачиванием электронов и дырок через запрещенную зону. Из рис. 4.8 видно, что энергия поглощаемого фотона $\hbar\omega$ тем меньше, чем на более далекое расстояние туннелирует электрон. Отсюда следует, что вероятность такого перехода, будучи отличной от нуля при любой частоте ω , должна все же быстро убывать с увеличением разности $E_g - \hbar\omega$. Расчет этой вероятности связан с довольно сложными вычислениями. Мы приведем лишь результат для простейшего случая, когда переходы — разрешенные и происходят без участия фононов, причем главные оси тензора эффективной массы — одни и те же для электронов и для дырок. Напряженность электрического поля будем считать направленной вдоль одной из этих осей (оси Z). Введем характерную энергию

$$E_r = \left(\frac{e^2 \mathcal{E}^2 \hbar^2}{2m_{zr}} \right)^{1/2}, \quad m_{z,r}^{-1} = m_{z,c}^{-1} + m_{z,v}^{-1}. \quad (10.1)$$

Тогда при $\hbar\omega < E_g$ и $E_g - \hbar\omega \gg E_r$ коэффициент поглощения дается выражением [6]

$$\gamma \simeq \frac{AE_r^{3/2}}{\omega(E_g - \hbar\omega)} \exp \left\{ -\frac{4}{3} \left(\frac{E_g - \hbar\omega}{E_r} \right)^{3/2} \right\}, \quad (10.2)$$

где A — постоянная.

В соответствии со сказанным выше коэффициент поглощения действительно оказывается отличным от нуля при $\hbar\omega < E_g$, но все же быстро убывает с увеличением параметра $(E_g - \hbar\omega)/E_r$.

С другой стороны, при $\hbar\omega > E_g$ и $\hbar\omega - E_g \gg E_r$ получается

$$\gamma \simeq \frac{A_1}{\omega} (\hbar\omega - E_g)^{1/2} \left\{ 1 - \frac{E_r^{3/2}}{4(\hbar\omega - E_g)^{3/2}} \cos \left[\frac{4}{3} \left(\frac{\hbar\omega - E_g}{E_r} \right)^{3/2} \right] \right\}, \quad (10.3)$$

*) Это явление называют эффектом Келдыша—Франца.