

единиц, неравенство (2.1) принимает вид

$$n^2/a_B^3 \gg 1. \quad (3.6)$$

В условиях (3.3) это неравенство действительно выполняется.

Видим, что в рассматриваемых материалах роль примеси в явлениях переноса состоит лишь в рассеянии носителей заряда. Представление о законе дисперсии в области  $E \sim F - E_c = \zeta$  сохраняет смысл. Вместе с тем относительное изменение подвижности в результате примесного рассеяния может оказаться очень значительным. Так, в *n*-Ge, содержащем  $10^{18}$  см<sup>-3</sup> мелких доноров, подвижность электронов при комнатной температуре близка к 250 см<sup>2</sup>/В·с (а не 3800 см<sup>2</sup>/В·с, что было бы в чистом материале).

Итак, на большинство термодинамических, электрических и оптических характеристик сильно легированных некомпенсированных полупроводников существенное влияние оказывает лишь первая особенность этих материалов — фермиевское вырождение газа свободных носителей заряда. Причина этого очевидна: примесная область спектра не играет роли в рассматриваемых явлениях. Исключения составляют спектральная зависимость коэффициента рекомбинационного излучения (§ 6) и вольтамперная характеристика туннельного диода (§ VIII.3 и § 5).

Положение меняется в сильно компенсированных материалах, содержащих как мелкие доноры, так и мелкие акцепторы, причем

$$\frac{|N_d - N_a|}{N_d} \ll 1. \quad (3.7)$$

Концентрация свободных носителей заряда здесь невелика и уровень Ферми расположен в запрещенной зоне. Следовательно, газ носителей заряда не вырожден вплоть до довольно низких температур, а относительная роль различных видов энергии оказывается совсем не такой, как в отсутствие компенсации. Важную роль здесь играет взаимодействие носителей заряда с примесными атомами и все особенности сильно легированных полупроводников (кроме первой) проявляются в полной мере.

#### § 4. Плотность состояний

Особенности сильно легированных полупроводников, связанные с ролью случайного поля примеси и с многоэлектронными эффектами, делают сравнительно малоэффективной привычную нам схему исследования электронных свойств этих материалов. Вместо закона дисперсии здесь целесообразно использовать другие понятия — с одной стороны, более общие, чем представление об этом законе, а с другой — более простые, чем волновая функция всей многоэлектронной системы. Важнейшее из таких понятий есть плотность состояний. Оно возникает уже в обычной зонной

теории: согласно (V.4.1) и (V.4.6) именно через плотности состояний  $N_c(E)$  и  $N_v(E)$  выражаются концентрации свободных электронов и дырок.

Зная плотности состояний как функции энергии, мы можем найти концентрации носителей заряда как функции температуры, уровня Ферми и, может быть, магнитной индукции. Тем самым определяются все равновесные характеристики электронного газа.

Концентрацию электронов и дырок на локальных уровнях также можно представить в виде (V.4.1). Действительно, вспоминая формулы (V.9.3), видим, что плотность состояний, соответствующую дискретному донорному уровню  $E_d$ , можно записать в виде

$$N_d(E) = N_d \delta(E - E_d^*), \quad (4.1)$$

где

$$E_d^* = E_d + kT \ln(g_0/g_1). \quad (4.2)$$

Наконец, в запрещенной зоне (при  $E \neq E_d$ ,  $E \neq E_a$ ) плотность состояний равна нулю.

Таким образом, плотность состояний  $N_l(E)$  ( $l = c, v$ ) можно использовать как характеристику энергетического спектра: она отлична от нуля и непрерывна в разрешенных энергетических зонах, равна нулю в запрещенной зоне и имеет дельтообразные особенности при энергиях, отвечающих дискретным уровням. Вид функций  $N_c(E)$  и  $N_v(E)$  в известной мере характеризует структуру зон: согласно (V.7.8б) эти функции выражаются через законы дисперсии носителей заряда.

Вклад носителей заряда с данной энергией в явления переноса также связан с видом плотности состояний. Действительно, электроны и дырки, локализованные на дискретных уровнях, могут принимать участие в явлениях переноса только путем перескоков и при  $T = 0$  их вклад, например, в статическую электропроводность равен нулю. С другой стороны, электроны, находящиеся в зоне проводимости, всегда дают ненулевой вклад в статическую электропроводность. В условиях вырождения так обстоит дело при любой сколь угодно низкой температуре.

Видим, что справедливо следующее утверждение:

1) Статическая электропроводность при  $T = 0$  остается отличной от нуля тогда и только тогда, когда уровень Ферми попадает в область, где плотность состояний отлична от нуля и непрерывна.

Видна также и связь плотности состояний с температурной зависимостью статической электропроводности. Именно, если пренебречь малой прыжковой проводимостью, то справедливо следующее утверждение:

2) Если уровень Ферми попадает в область  $E'_v < E < E'_c$ , где плотность состояний равна нулю или имеет  $\delta$ -образные особенности, то статическая электропроводность, связанная с электронами

проводимости, пропорциональна выражению

$$\exp \frac{F - E'_c}{kT}. \quad (4.3)$$

Действительно, выражение (4.3) (с точностью до коэффициента пропорциональности) определяет просто число свободных электронов.

Перенос этого утверждения на случай дырок очевиден.

Наконец, плотность состояний коррелирует и с электропроводностью в поле конечной частоты, т. е., согласно гл. XVIII, с коэффициентом поглощения или излучения света. Действительно, эти процессы могут происходить лишь при наличии электронов в начальных состояниях и свободных дозволённых уровней — в конечных. Иначе говоря, справедливо следующее утверждение:

3) Коэффициент поглощения или рекомбинационного излучения электромагнитных волн на частоте  $\omega$  может быть отличен от нуля, лишь если

$$\hbar\omega = E_2 - E_1, \quad (4.4)$$

где  $E_2$  и  $E_1$  — два значения энергии, при которых плотность состояний отлична от нуля. (Условие непрерывности плотности состояний при этом не обязательно.)

Это утверждение относится и ко взаимодействию электронов со звуком. В случае поглощения или испускания сразу нескольких фотонов (или фононов) левую часть (4.4) следует заменить суммой их энергий.

Утверждения 1)–3) называют теоремами о корреляции. В рамках зонной теории твердого тела они вытекают непосредственно из формулы (XIII.7.12), из закона сохранения энергии при квантовых переходах и из того, что вероятность перехода пропорциональна числу занятых мест в начальном состоянии и числу свободных мест — в конечном. Существенно, однако, что эти теоремы имеют и более общее значение. Действительно, плотность состояний представляет собой не что иное, как число дозволённых энергетических уровней, отнесенное к единице энергии и к единице объема. Это понятие не связано непременно с особенностями поведения одного электрона в периодическом поле. В равной мере им можно характеризовать и энергетический спектр электрона, движущегося в произвольном (постоянном во времени) внешнем поле, в том числе и случайном. В последнем случае плотность состояний удобно вводить как величину, уже усредненную по всем возможным конфигурациям примеси.

Формула (V.4.1) остается в силе и в произвольном внешнем поле, но от определений (V.7.8, а, б) надо, вообще говоря, отка-

заться. Более того, формулу (V.4.1) можно сохранить и при учете взаимодействия электронов друг с другом. В последнем случае, однако, аргумент  $E$  уже не имеет смысла одноэлектронной энергии. Его следует понимать как изменение энергии всей системы электронов при изменении числа частиц в ней на единицу. Доказательство этого утверждения дается в общей теории многих тел [2]; там же выводится и общая формула, связывающая функцию  $N_i(E)$  с решением соответствующей задачи многих тел.

Таким образом, плотность состояний представляет собой точное понятие, которым можно характеризовать энергетический спектр любой системы частиц. Столь же общими оказываются и теоремы о корреляции. Однако, в общем случае их доказательство требует несколько более тонких рассуждений, выходящих за рамки этой книги.

Пользуясь теоремами о корреляции, следует иметь в виду два обстоятельства.

Во-первых, равенство (4.4) есть необходимое, но, вообще говоря, еще не достаточное условие возможности оптических переходов: могут существовать правила отбора, связанные с другими законами сохранения. Так, в идеальном кристалле закон сохранения квазиимпульса допускает только вертикальные переходы (§ XVIII.5).

Во-вторых, в теоремах говорится о наличии корреляции между плотностью состояний, с одной стороны, и электропроводностью, коэффициентом поглощения и т. д., с другой, но не о возможности непосредственно выразить эти величины через  $N_i(E)$ . Так, согласно формуле (XIII.7.12) даже в случае почти идеального кристалла электропроводность выражается не только через плотность состояний, но и через вероятность перехода, фигурирующую в формуле для времени релаксации.

В идеальном кристалле плотность состояний не зависит от координат. В образце с примесью плотность состояний, не усредненная по всем конфигурациям примеси, от координат, разумеется, зависит: пики, отвечающие примесным уровням, имеются только там, где расположены атомы примеси. Однако при усреднении по конфигурациям эта зависимость может исчезнуть. Так обстоит дело в «хорошо легированном» материале, когда атомы примеси в среднем равномерно распределены по всему объему образца. Материалы, в которых плотность состояний, усредненная по конфигурациям примеси, не зависит от координат, мы ранее называли технологически однородными. Иногда их называют также макроскопически однородными \*). В дальнейшем мы будем рассматривать либо такие материалы, либо контакт между ними.

\*) Пример макроскопически неоднородного материала являет собой полупроводник с  $n$ - $p$ -переходом,