

венного времени. Для доказательства будем рассуждать с точки зрения инерциальной системы отсчета, в которой близнец, не испытывающий ускорения, покоится. Его собственное время течет с той же скоростью, с какой течет и координатное время всей системы отсчета; собственное же время близнеца-путешественника течет несколько медленнее. Нельзя поменять местами этих двух близнецов, поскольку не существует такой инерциальной системы отсчета, в которой близнец-путешественник все время находился бы в покое.

5. Четырехмерный мир Минковского

До появления специальной теории относительности пространство и время считались совершенно независимыми; пространство, как думали, имеет три измерения, а время — одно. Такой подход был вполне оправдан, поскольку предполагалось, что измерение времени не зависит от каких-либо пространственных характеристик. Подавляющее большинство сведений, почерпнутых экспериментаторами из их наблюдений, до последних десятилетий девятнадцатого века относилось к движениям со скоростями, столь малыми по сравнению со скоростью света, что скорость света с достаточной точностью можно было считать бесконечной. Наиболее заметным случаем, когда можно было обнаружить конечность скорости света, было наблюдение затмений спутников Юпитера. Именно эти наблюдения привели датского астронома Олафа Ремера (1644—1710) к выводу о том, что свет распространяется с конечной скоростью. Заметив, что периодическое наступление этих затмений происходило иногда раньше, а иногда позже, чем это соответствовало расчетам, причем наступление затмений задерживалось тогда, когда Юпитер и Земля находились по разные стороны Солнца, и происходило раньше, когда Юпитер и Земля были расположены по одну сторону от Солнца, — Ремер сделал вывод, что для того, чтобы свет прошел расстояние, равное диаметру земной орбиты, ему нужно около двадцати минут. Используя это время и лучшие данные по оценке расстояния от Земли до Солнца, Ремер сумел оценить величину скорости света. Она оказалась всего лишь на 20% меньше той цифры, которую принимают сегодня и которая получена путем многочисленных скрупулезных экспериментов.

Открытие Ремера совпадает с тем временем, когда Ньютон дал законченную формулировку уравнений механики. В течение двух последующих веков в астрономические данные были внесены поправки на время, необходимое, чтобы свет дошел от места, где произошло то или иное событие, до Земли. Однако тогда не было никаких оснований беспокоиться, скажем, о том, относительно какой системы отсчета подсчитывается скорость света: относительно источника света, относительно Земли или даже относительно третьего тела, например Солнца. Это было связано с тем, что любая скорость, с которой сталкивались астрономы, рассматривая движение небесных тел, входящих в солнечную систему, была ничтожно мала по сравнению со скоростью света. Например, скорость движения Земли по орбите составляет около 0,0001 скорости света. В связи с этим все поправки, связанные с конечным временем распространения света, были пренебрежимо малы по сравнению с другими ошибками. Конечно, открытие Ремера само по себе не давало оснований сомневаться в возможности приписать однозначным образом каждому событию — независимо от того, в каком месте Вселенной оно произошло, — некоторое время, в которое оно наступило. Время рассматривалось в качестве универсальной величины, не зависящей от движения наблюдателя и от выбора конкретной системы отсчета.

Вместе с тем пространственные связи никогда не рассматривались как совершенно независимые от времени. Возьмем два события, одно из которых происходит над Ленинградом, а другое — над Москвой; одно — час спустя после другого. С точки зрения наблюдателя на земле точки, в которых произошли эти события, отстоят друг от друга на расстояние около 600 км. Но пусть двумя событиями будет появление двух повреждений в бензопроводе самолета. Инженеру на борту нужно знать, связаны ли друг с другом эти повреждения или нет; он может с большей точностью найти расстояние между ними. Допустим, что это расстояние оказалось равным нескольким сантиметрам. С точки зрения системы отсчета, связанной с самолетом, два события (появление первого повреждения и появление второго) находятся в непосредственной близости друг от друга. Два — на первый взгляд противоречивых — утверждения: первое, что два события произошли на расстоянии многих километров друг от друга и второе, что те же

события отстоят друг от друга в пространстве всего лишь на несколько сантиметров, — отнюдь не противоречат друг другу. Каждое из них правильно относительно соответствующим образом выбранной системы отсчета. И все же эти два утверждения относительно пространственного расстояния между событиями совместимы друг с другом только потому, что они относятся к двум событиям, которые наступили в разные моменты времени. До появления специальной теории относительности все были убеждены в том, что расстояние между двумя одновременными событиями может быть однозначно определено без ссылок на какую-то определенную систему отсчета. Считалось также, что расстояние между двумя физическими телами, покоящимися относительно друг друга, может быть однозначно определено независимо от выбора системы отсчета.

Теория относительности отказалась от универсальности времени и пространственных расстояний; взамен появилась универсальность инвариантного интервала. *Инвариантный интервал* представляет собой для любой пары событий, разделенных пространственным и временным интервалом, некоторое числовое значение, которое остается неизменным для всех инерциальных систем отсчета. Герман Минковский (1864—1909), математик, родившийся в России, высказал в 1908 г. предположение о том, что время и пространство не следует больше рассматривать как отдельные непрерывные объекты; их следует заменить на единый четырехмерный континуум — пространство-время. В этом едином сплаве пространства и времени инвариантный интервал играет роль, аналогичную той роли, которую играет обычное расстояние между точками в трехмерном пространстве.

Выдвигая это предположение, Минковский вовсе не собирался как-то видоизменить специальную теорию относительности, которая к тому времени была всего лишь трех лет от роду. Скорее он дал интерпретацию теории с новой точки зрения, ценность которой стала особенно ясной в последующие годы. Формально всегда можно объединить два континуума (называемых математиками *многообразиями*; под этим термином понимают совокупность всех точек, образующих континуум) в один, рассматривая комбинацию точки одного многообразия и точки второго многообразия в качестве точки нового многообразия («произведе-

деция»). Рис. 13 иллюстрирует комбинацию прямой L и плоскости P в новое трехмерное пространство. Эта комбинация осуществляется следующим образом: выберем точку p на прямой L и точку q на плоскости P . Проведем теперь через точку q кривую C , а через другие точки плоскости q', q'', \dots кривые C', C'', \dots , подобные кривой C .

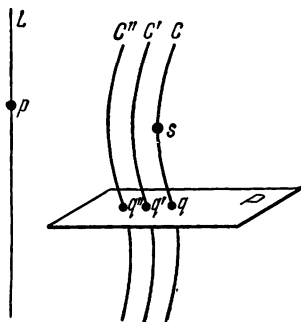


Рис. 13. «Произведение» плоскости и прямой линии.

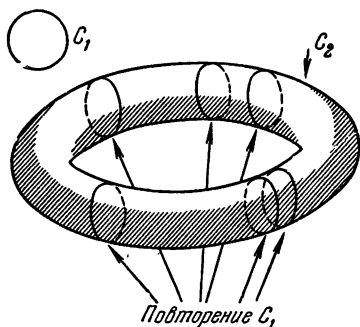


Рис. 14. Тор, как «произведение» двух окружностей.

Это построение проводится так, что кривые C, C', C'', \dots не пересекают друг друга, но заполняют все трехмерное пространство без щелей и дырок. Давайте, например, выберем в качестве кривых C, C', C'' прямые линии, проходящие через все точки плоскости; пусть эти прямые будут нормальны (перпендикулярны) плоскости; но, вообще говоря, можно взять и любое другое приемлемое семейство кривых. На каждую кривую семейства можно спроектировать прямую L , так что каждой точке кривой C можно сопоставить лишь одну точку прямой L и наоборот. Обозначим точку кривой, соответствующей точке p на прямой L , через s . Точка s представляет собой комбинацию точки p , расположенной на прямой L , и точки q , расположенной на плоскости P . Полная совокупность всех точек, которые «представляют» комбинацию пар точек, одна из которых принадлежит L , а другая P , целиком заполняет трехмерную область; эта область и называется «произведением пространств» L на P .

На рис. 14 показано произведение двух обычных окружностей C_1 и C_2 . Произведение пространств представляет собой поверхность фигуры, известной под названием тора.

На рис. 15 изображено «произведение» одного направления в пространстве (обозначенного через X) и оси времени T . Комбинация точки на оси X и точки на оси T определяет *событие*, элементарное происшествие, которое произошло в данном месте и в данный момент времени;

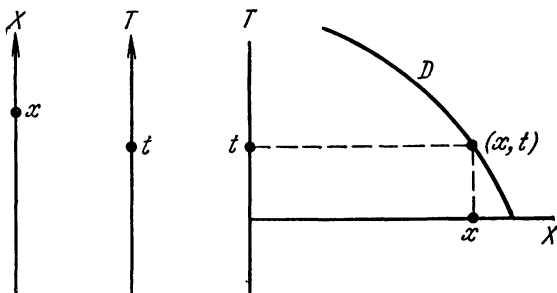


Рис. 15. Двумерное пространство событий.

соответствующие значения координаты и времени обозначены через x и t . При таком подходе плоскость листа книги служит «произведением» двух осей X и T . Точка плоскости (x, t) представляет собой отдельное событие. Бесконечная последовательность одинаковых событий, мгновений в истории движения свободно падающего тяжелого тела, образует кривую D .

Диаграммы, подобные диаграмме, приведенной на рис. 16, всегда используются для иллюстрации различного типа взаимоотношений между величинами. Если интерпретиро-

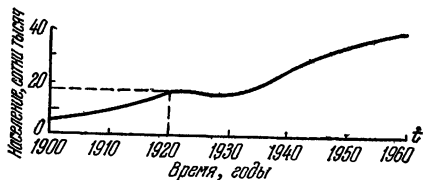


Рис. 16. Зависимость числа жителей от времени.

вать координату X не как направление в пространстве, а как число жителей в определенном городе, можно построить диаграмму роста населения в виде нового пространства — «произведения пространств» населения и

времени. Кривая, изображенная на чертеже, представляет рост населения в данном городе. Когда мы изображаем рост населения в виде непрерывной кривой, то при этом

подразумевается частый пересчет населения или даже наличие непрерывной информации о числе жителей.

В дорелятивистской физике диаграмма, изображающая пространственное расположение движущегося тела в зависимости от времени, может рассматриваться в точности так же, хотя она не может служить в качестве отправной точки для новых представлений. Такая диаграмма окажется полезной для наглядного изображения взаимоотношений между результатами измерений, относящихся к одному и тому же событию, но произведенных двумя наблюдателями, один из которых движется относительно другого вдоль оси x со скоростью v (оба наблюдателя согласились, что они будут приписывать событию одно и то же время $t=t'$). На рис. 17 показана связь между координатами x и x' ; из рисунка легко обнаруживается формула, связывающая координаты события (x, t) с координатами того же самого события (x', t) ,

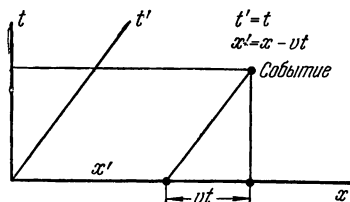


Рис. 17. Преобразование пространства и времени согласно классической (ньютоновской) физике.

рассматриваемого с точки зрения системы отсчета, движущейся вправо относительно первой системы отсчета со скоростью v . В момент времени t относительное смещение координатных систем достигает величины vt (подразумевается, что при $t=0$ обе системы совпадали). Эта и последующие диаграммы изображают только одно пространственное направление, а не три, как это, вообще говоря, должно было быть; такой прием позволяет избежать ненужных усложнений.

Согласно теории относительности графическое представление взаимосвязи между событиями должно выглядеть несколько иначе (рис. 18). На рис. 17 горизонтальные линии отмечают все события, происходящие в один и тот же момент времени, общий для всех наблюдателей. На рис. 18 это уже не так. Оси x и x' уже не параллельны друг другу, поскольку одновременность двух событий зависит от системы отсчета, в которой эти события рассматриваются. Два события A и B на рис. 19, одновременные для одного наблюдателя, происходят в разные моменты времени для другого, причем событие B наступает раньше события A .

На рис. 20 показаны события, которые находятся между собой в пространственноподобной, светоподобной и

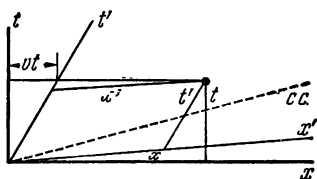


Рис. 18. Две инерциальные системы отсчета по Эйнштейну (преобразование Лоренца).

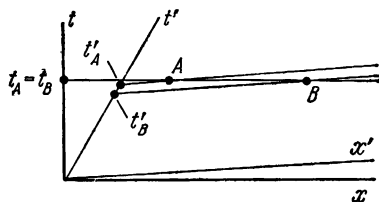


Рис. 19. Относительность одновременности.

времениподобной связи. (Прямые линии, около которых стоят буквы с. с., показывают наклон, определяющий распространение световых сигналов соответственно вправо и влево.) События A и B находятся между собой в пространственноподобной связи; события C и D, а также E и F — в светоподобной связи; события G и H находятся между собой во времениподобной связи.

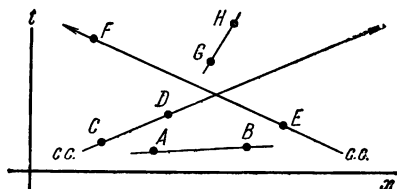


Рис. 20. Пространственноподобная, светоподобная и времениподобная связи между событиями.

Рассмотрение пространства и времени не в виде отдельных континуумов, а как направлений в едином континууме или многообразии, которое называют: пространство-время, мир или Вселенная Минковского (все три названия равноправны и все они встречаются в литературе; в русской литературе чаще можно найти два первых), имеет свое оправдание в том, что при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой ни одна из осей не сохраняет своего положения. Когда мы рассматривали рис. 17, ситуация была совсем иной.

Подход Минковского особенно полезен тем, что он указывает на необходимость выявления таких величин, которые «естественны» для четырехмерного пространства-

времени и не зависят от какого бы то ни было разложения отдельно по пространству и времени.

На любой пространственно-временной диаграмме *история* частицы (ее движения с течением времени) изображается в виде кривой. С точки зрения Минковского эта кривая является единственным естественным представлением истории частицы, причем существенные особенности кривой не могут зависеть от выбора той или иной инерциальной системы отсчета. Эта кривая называется *мировой линией* частицы. Такая мировая линия, изображенная на рис. 12, должна быть в любой своей части времениподобной; таким образом, какую бы инерциальную систему отсчета мы ни взяли, скорость частицы не может достичь или превысить скорость света.

В одном отношении геометрия Минковского существенно отличается от любой привычной нам евклидовой геометрии. В обычной геометрии Евклида самым фундаментальным соотношением, связывающим две точки пространства, является расстояние между ними. Это расстояние всегда является положительной величиной. В геометрии Минковского две точки могут находиться во времениподобном, пространственноподобном и, наконец, светоподобном отношении друг к другу. Соответственно этому квадрат инвариантного интервала между этими двумя точками может быть положительным, отрицательным и нулевым. Таким образом, расстоянию в евклидовой геометрии соответствует инвариантный интервал в геометрии Минковского: значения как того, так и другого не зависят от выбора координатной системы (системы отсчета в геометрии Минковского) и отражают присущие данной геометрии особенности.

Мировые точки Вселенной Минковского описываются координатной системой с четырьмя координатными осями. Одна из осей соответствует обычной оси времени; три другие оси — это координатные оси в обычном трехмерном пространстве. В обычном трехмерном пространстве чаще всего пользуются так называемой *декартовой системой координат* (или просто декартовыми координатами), названной так в честь французского математика Рене Декарта (1596—1650). В декартовой системе координат все три координатные оси являются прямыми линиями, расположенными под прямыми углами друг к другу. В геометрии Минковского также существуют (четырёхмерные)

координатные системы, с которыми предпочитают иметь дело; эти системы соответствуют наблюдателю, участвующему в движении без ускорения; этот наблюдатель определяет положение точек в пространстве с помощью декартовых координат, а время наступления событий отсчитывает обыкновенными часами. Такие координатные системы

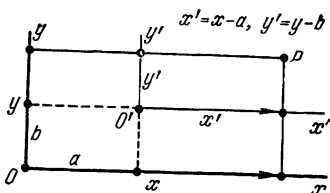


Рис. 21. Трансляция координатной системы.

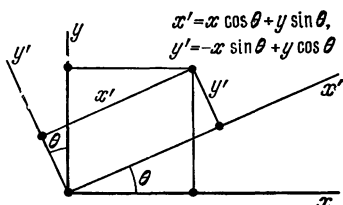


Рис. 22. Вращение координатной системы.

названы в честь Лоренца *лоренцевскими координатными системами* или *лоренцевскими системами отсчета*. Все формулы для пространственно-временных интервалов, полученные в предшествующих главах, были выведены в рамках лоренцевых систем отсчета.

В обычной геометрии переходы от одной декартовой системы к другой, от координат x, y к координатам x', y' , можно разбить на несколько типов.

Один тип перехода — *трансляция* — состоит в смещении начала координатной системы (т. е. в смещении точки, в которой все координаты равны нулю; эта точка обозначается буквой O или O') без изменения направления координатных осей. Этот тип перехода иллюстрирует рис. 21, где величины a и b представляют собой смещения по осям x и y соответственно. На этом и на двух следующих рисунках показаны только две пространственные координаты; на всех этих рисунках координаты точки P указаны по отношению к двум декартовым системам — штрихованной и нештрихованной. Второй тип перехода к новой координатной системе состоит в *повороте* координатных осей вокруг начала координат, которое остается на месте (рис. 22). Угол поворота обозначен буквой θ . Объединяя трансляцию и поворот в один переход, мы получим *преобразование координат* (т. е. переход от одной координат-

пой системы к другой) самого общего вида, которое позволяет перейти от одной декартовой системы к другой (рис. 23). Если и исходная, и преобразованная координатные системы декартовы, то говорят об *ортогональном преобразовании координат*.

Во Вселенной Минковского переход от одной инерциальной системы отсчета к другой (или от одной лоренцевой системы отсчета к другой) осуществляется с помощью преобразования Лоренца. Наиболее общее преобразование Лоренца включает в себя трансляцию начала отсчета по оси вре-

мени, трансляцию начала координат в пространстве, изменение направлений пространственных координат, а также изменение состояния (неускоренного) движения наблюдателя, как это изображено на рис. 11 и 18. Величины или соотношения, остающиеся неизменными при преобразовании Лоренца, называются *лоренц-инвариантами*. С математической точки зрения требование физиков устанавливать законы природы, не зависящие от выбора системы отсчета, реализуется нахождением лоренц-инвариантных соотношений.

В последующем развитии теории относительности и ее приложениях во всех отраслях физики этот математический подход обнаружил потрясающую эвристическую силу. Трудно представить себе современного физика, который не понимал бы значения идей Минковского. Тем не менее все выводы теории относительности могут быть проделаны в такой форме, что три пространственных измерения (для данной системы отсчета) можно считать независимыми от четвертого, временного измерения. Первые работы Эйнштейна излагались именно на таком языке. В этих работах (1905—1908) уже содержалась релятивистская теория электромагнитных явлений и многие вопросы релятивистской механики. Поскольку измерение положения тел в пространстве и моментов времени осуществляется различными приборами, отдельный подход к пространству и времени является необходимым

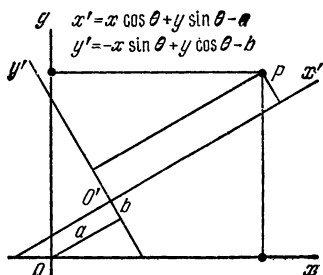


Рис. 23. Общее ортогональное преобразование координат.

условием при проектировании любой экспериментальной установки. Два языка — «три плюс один» и четырехмерный — в теории относительности взаимно дополняют друг друга.

В каждой мировой точке Вселенной Минковского совокупность всевозможных направлений в пространстве и времени образует пучок направлений (стрелочек), выходящих из этой точки. Некоторые из этих направлений светоподобны, другие времениподобны, остальные пространственноподобны. Светоподобные направления образуют два конуса, которые называются *световыми конусами*, связанными с данной мировой точкой. (На рис. 24 изображены два таких конуса для двух пространственных координат x и y и для оси времени t .) Каждый из этих световых конусов имеет свою внутреннюю полость, которая состоит целиком из времениподобных направлений. Направления на верхнем световом конусе и в его внутренней полости обращены «в будущее», поэтому весь этот световой конус называется *световым конусом будущего*; ниж-

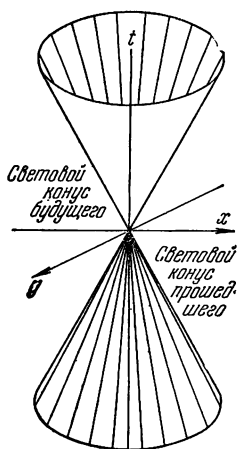


Рис. 24. Два световых конуса.

ний световой конус — *световым конусом прошедшего*.

Преобразование Лоренца изменяет одно пространственно-временное направление на другое, но никогда не меняет общего характера этих направлений. Времениподобное направление всегда переходит во времениподобное направление; точно так же сохраняется светоподобный и пространственноподобный характер направлений. Поскольку все светоподобные направления переходят снова в светоподобные направления, каждый из двух световых конусов остается неизменным; всякое светоподобное направление при преобразовании Лоренца смещается только в пределах своего собственного светового конуса. Два конуса светоподобных направлений, не зависящих от выбора системы отсчета, не имеют аналогов в обычном евклидовом пространстве. Они появляются в геометрии Минковского только потому, что инвариантный интервал, который в остальных отно-

шениях очень сходен с расстоянием между точками в евклидовых пространствах обращается в нуль для некоторых пар точек, а направление от одной такой точки к другой является «особенным» — светоподобным.

Световые конусы включают в себя все те направления, по которым могут распространяться световые импульсы. В частности, световой конус прошедшего содержит все те направления в пространстве-времени, по которым информация, переносимая светом, поступает к наблюдателю. Этот наблюдатель должен находиться в той точке пространства и в тот момент времени, которые совпадают с мировой точкой, избранной вершиной светового конуса. Следовательно, любое направление на световом конусе прошедшего может быть сопоставлено с точкой на *небесной сфере*, представляющей собой ту картину, которая открывается нам, когда мы рассматриваем небо и звезды (в точности так же, как глобус отражает наше представление о Земле). Угол между двумя видимыми положениями звезд (измерение таких углов очень важно для астрономов) — это угол между двумя световыми направлениями на световом конусе прошедшего. Если два наблюдателя движутся относительно друг друга со скоростями, сравнимыми со скоростью света, то определенные ими углы между направлениями на одни и те же звезды не будут совпадать. Так и должно быть, потому что относительные положения звезд существенно зависят от движения Земли, определяемого в конкретной инерциальной системе отсчета. Однако скорость Земли за полгода меняется на две десятитысячные доли ($2 \cdot 10^{-4}$) от скорости света из-за годичного движения Земли вокруг Солнца. Из-за этого возникает видимое смещение звезд. Это явление известно под названием *абберации* света. Оно было обнаружено английским астрономом Джеймсом Бредли (1693—1762) в 1725 г. по видимому смещению звезд, достигающему до $\frac{2}{3}$ угловой минуты (точнее $41''$). В течение года каждая звезда совершала кажущееся движение по эллипсу.

6. Масса, энергия, импульс

Теория относительности родилась в недрах электромагнитной теории. Но поскольку электромагнитное поле обнаруживается только при его взаимодействии с заряженными частицами, теория относительности неизбежно должна бы-