11. *Искривленное пространство-время*

Чтобы рассказать о теории Эйнштейна и объяснить ее особенности, нужно несколько подробнее остановиться на кривизне пространства. Как мы уже говорили, пространство называется *искривленным*, если результат параллельного переноса вектора из одной точки в другую зависит от выбора пути, по которому производится перенос.

Другими словами, результат параллельного переноса вектора оказывается различным, если перенос совершается по разным кривым, проходящим через две рассматриваемые точки. Принимается, что параллельный перенос вектора по любой заданной кривой является вполне определенной операцией, при которой остаются без изменения как длина (или величина) переносимого вектора, так и угол между двумя векторами, переносимыми вдоль одного и того же пути.

Если переносимый вектор в исходной точке пути переноса был касательным к кривой, по которой совершается перенос, то при некотором выборе пути переноса это свойство может сохраниться и в любой точке кривой. Если путь выбран так, что переносимый вектор все время остается касательным к кривой переноса, кривая называется *автопараллельной* (параллельной самой себе) кривой. При заданной начальной точке и заданном направлении в этой точке всегда существует одна-единственная автопараллельная кривая, проходящая через заданную точку в заданном направлении. На поверхности сферы автопараллельными линиями будут большие круги, в плоском пространстве — прямые линии.

Если результат параллельного переноса вектора из одной точки в другую зависит от выбора пути, по которому совершается перенос, параллельный перенос вектора из некоторой точки по замкнутому пути будет, как правило, приводить к тому, что при возвращении в исходную точку параллельно перенесенный вектор отличается от исходного. Поскольку по условию длина вектора при параллельном переносе остается неизменной. параллельный перенос вектора по замкнутому пути результативно приводит самое большее к повороту вектора, но не к его растяжению. Если совершается совместный параллельный перенос группы векторов по некоторому замкнутому пути, вся группа вектора поворачивается как твердое тело, поскольку углы между векторами при параллельном переносе не меняются.

В пространстве нескольких измерений понятие кривизны усложняется из-за возможности различных ориентаций замкнутого контура. Считая кривизну локальным свойством пространства, определяемым прежде всего ближайшей окрестностью рассматриваемой точки пространства, вводят небольшие замкнутые контуры, вдоль которых совершается параллельный перенос вектора. Когда такой контур достаточно мал, угол поворота вектора оказывается пропорциональным площади, охватываемой этим контуром, и не зависит от формы контура. Таким образом, вполне подходящей мерой кривизны является угол поворота вектора при переносе его по замкнутому контуру, отнесенный к единице площади. Однако эта мера кривизны зависит от ориентации поверхности, на которой расположен контур; ориентацию поверхности можно задать, указывая пару произвольных направлений, касательных к поверхности. В четырехмерном континууме — таким как раз является континуум пространства-времени — существует шесть возможных независимых ориентаций двумерной поверхности в том смысле, что любая возможная ориентация может быть получена из шести основных. В пространстве-времени Минковского при использовании стандартной лоренцевской системы отсчета эти шесть основных ориентаций возникают как всевозможные попарные комбинации направлений четырех координатных осей: (xy), (yz), (zx), (xt), (yt) и (zt).

Угол поворота вектора при параллельном переносе по замкнутому контуру зависит не только от ориентации площадки, охватываемой контуром, но и от исходного направления самого вектора. Угол поворота и направления поворота различных векторов, переносимых по одному и тому же пути, не являются независимыми, а связаны между собой тем условием, что любая группа из нескольких векторов при параллельном переносе поворачивается как единое целое. В четырехмерном континууме, так же как в мире Минковского, есть шесть основных независимых направлений вращения жестких систем, из которых можно получить все остальные направления. На первый взгляд кажется, что у кривизны должно быть $6 \times 6 = 36$ основных компонент, соответствующих всем возможным ориентациям замкнутых путей переноса и всем возможным способам, которыми может поворачиваться группа жестко связанных между собой векторов. Фактически число основных компонент кривизны меньше, как это показывает дополнительный анализ, и сводится к двадцати независимым друг от друга компонентам. Дополнительный анализ заключается в учете взаимной заменяемости различных направлений, но едва ли он представляет интерес для читателей этой книги.

Двадцать компонент кривизны в четырехмерном пространстве могут быть разбиты на две группы по десять компонент в каждой, так что это разбиение сохраняется при любом выборе координатной системы. Одна из этих двух групп описывает поворот векторов при параллельном переносе по поверхности, причем этот поворот определяется углом между рассматриваемым вектором и другим заданным вектором; эта группа компонент обычно называется тензором Риччи, по имени итальянского математика Курбастро Грегорио Риччи (1853—1925). Небольшая перегруппировка тех же самых компонент позволяет перейти от тензора Риччи к тензору Эйнштейна. Вторая группа из десяти компонент составляет тензор Вейля, названный по имени математика, уроженца Германии, Германа Вейля (1888—1955). Полный набор всех компонент кривизны называется *тензором кривизны Римана — Кристоффеля* в честь двух математиков — Георга Ф. Б. Римана (1826—1866) и Элвина Бруно Кристоффеля (1829—1900). Первый из них был немец, а второй — швед; оба они независимо исследовали тензор, названный впоследствии их именем.

Помимо разбиения кривизны на компоненты, важно знать величину, характеризующую кривизну в целом и определяющую конкретную физическую ситуацию. Вместо угла поворота, отнесенного к единице площади — нормальной меры кривизны, можно подобрать некоторую другую меру, более близкую нашей интуиции, например сферу, поверхность которой обладает заданной кривизной. Чем меньше сфера, тем больше ее кривизна. Единица кривизны представляется поверхностью, на которой вектор единичной длины поворачивается на один радиан, когда он переносится по границе квадрата с единичной стороной. Мы получим угол, равный одному *радиану,* когда из центра круга проведем два радиуса к концам дуги окружности, равной по длине радиусу. Один радиан примерно равен 57°. Сфера, поверхность которой обладает кривизной, равной единице, есть сфера, радиус которой тоже равен единице. Сфера радиуса 2 обладает поверхностью, кривизна которой равна 1/4. Кривизна сферы радиуса R равна $1/R^2$.

Перейдем теперь к полю тяготения на поверхности Земли. Гравитационное ускорение равно круглым числом 10 $м/сек^2$ и это как раз и есть ускорение свободно падающей системы отсчета относительно Земли. Если попытаться распространить эту систему на некоторое расстояние, другие свободно падающие пробные тела, как выяснится, будут обладать некоторым ускорением относительно этой системы отсчета; это ускорение будет пропорционально расстоянию от того места, где мы построили исходную свободно падающую систему отсчета. Поскольку радиус Земли составляет около 6000 *км,* ускорение относительно свободно падающей системы отсчета меняется со «скоростью» 10 $м/сек^2$ на 6000 *км* расстояния от исходного места, т. е. со «скоростью» $1{,}6 \cdot 10^{-6}$ $сек^{-2}$. Конечно, цифра эта весьма приближенная.

Выберем теперь в качестве замкнутого пути для параллельного переноса в свободно падающей системе отсчета прямоугольник, одна пара противоположных сторон которого пространственно подобна и вертикальна, длина каждой стороны равна 1 *м* и параллельна оси x; другая пара сторон времениподобна, горизонтальна, «длина» их 1 *сек.* Если одну из двух времениподобных сторон поместить одним концом в начало свободно падающей системы отсчета, другая времениподобная сторона будет находиться на расстоянии 1 *м* от начала, где кажущееся гравитационное ускорение будет равно $1{,}6 \times \times 10^{-6}$ $м/сек^2$ (рис. 40). Пусть теперь вектор $\boldsymbol{a}$ переносится параллельно вдоль этого прямоугольника: вектор $\boldsymbol{a}$ выберем параллельным временно́й оси t — таким будет вектор скорости покоящегося пробного тела. Параллельный перенос вдоль оси времени совсем не меняет этого вектора (относительно свободно падающей системы отсчета), так как пробное тело, покоившееся в начальный момент времени, будет оставаться в покое. Перенос по пространственноподобной стороне также не приносит никаких изменений, однако перенос по третьей времениподобной стороне приводит к изменению скорости на величину $1{,}6 \cdot 10^{-6}$ *м/сек*^{2} и в итоге мы получаем вектор b. Перенос вдоль четвертой пространственноподобной стороны снова ничего не меняет.

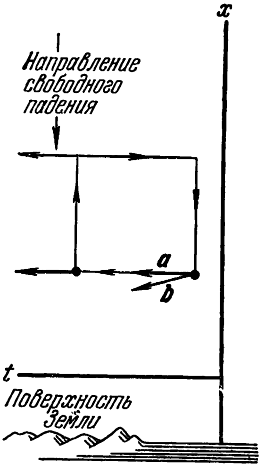

Рис. 40. Кривизна поля тяготения Земли.

Таким образом, параллельный перенос по замкнутому контуру, охватывающему «площадь» 1 *м·сек*, приводит к повороту единичного вектора на $1{,}6 \cdot 10^{-6}$ *м/сек*. Кривизна определяется как отношение угла поворота к охватываемой контуром площади. Это отношение равно $1{,}6 \cdot 10^{-6}$ *сек*$^{-2}$, или выраженное через *м*$^{-2}$, $1{,}5 \cdot 10^{-23}$ *м*$^{-2}$. Переход от секунд к метрам совершается через значение скорости света, равное $3 \cdot 10^8$ *м/сек*. Такая кривизна примерно равна кривизне поверхности сферы, радиус которой равен приближенно 1300 световых секунд (или двадцати световым минутам); это расстояние чуть больше диаметра земной орбиты при движении Земли вокруг Солнца.

Совсем недавно в связи с появлением спутников был предложен эксперимент для прямого наблюдения кривизны пространства-времени. Представим себе, что на орбиту спутника выведен гироскоп; ось гироскопа с достаточной устойчивостью будет указывать все время одно и то же направление в пространстве. Именно это свойство делает гироскоп важнейшим навигационным прибором. Корабельные компасы с гироскопами стоят на больших судах уже не один десяток лет (теперь уже чаще, чем компасы с магнитными стрелками). Что касается гироскопа на борту искусственного спутника Земли, то ось гироскопа переносится физически почти по замкнутому пути. Если предположение Эйнштейна о том, что пространство-время искривлено тяготением, правильно, ось гироскопа должна слегка поворачиваться после каждого витка; но этот поворот очень мал, он составляет одну стомиллионную часть (10^{-8}) прямого угла. Если не очень удаленный от земли спутник совершает оборот вокруг Земли за 1,5 часа и может просуществовать год, то за это время угол поворота составит 5 угловых секунд или чуть больше одной стотысячной прямого угла (10^{-5}); такой угол едва ли можно заметить. Такой эксперимент трудно поставить и чисто провести, поскольку существует немало посторонних воздействий, также способных повернуть ось гироскопа; эти посторонние влияния должны быть либо устранены, либо подсчитаны достаточно строго: нужно выяснить, не смазывают ли они искомый эффект вообще. (В двух лабораториях США ведется подготовка к постановке такого эксперимента).

12. Тяготение в пространственно-временном континууме

Если потребовать, чтобы все двадцать компонент тензора кривизны Римана — Кристоффеля обратились в нуль, пространство-время станет плоским и появление поля тяготения окажется невозможным. С другой стороны, если нет никаких ограничений на тензор кривизны, некоторого вида ускорения могут быть приняты за поля тяготения. Это находится в противоречии с тем экспериментальным фактом, что поля тяготения подчиняются вполне определенным законам (приближено являющимся законами, которые открыл Ньютон). Законы гравитации должны накладывать некоторые ограничения на кривизну, однако безусловно не исключая самую кривизну.

Как уже упоминалось выше, двадцать компонент тензора Римана — Кристоффеля можно разбить на два тензора по десять компонент в каждом. В геометрии искривленных пространств рассматривают переходы от одной координатной системы к другой и их влияние на структуры, состоящие из нескольких компонент. Возьмем обычный вектор V. Вектор — это не просто величина, это величина, обладающая направлением; его полное представление в четырехмерном пространстве требует четырех компонент V_x, V_y, V_z, V_t (рис. 41). Эти компоненты представляют собой соответствующие проекции самого вектора на четыре направления, определяемые