дого витка; но этот поворот очень мал, он составляет одну стомиллионную часть (10^{-8}) прямого угла. Если не очень удаленный от земли спутник совершает оборот вокруг Земли за 1,5 часа и может просуществовать год, то за это время угол поворота составит 5 угловых секунд или чуть больше одной стотысячной прямого угла (10^{-5}); такой угол едва ли можно заметить. Такой эксперимент трудно поставить и чисто провести, поскольку существует немало посторонних воздействий, также способных повернуть ось гироскопа; эти посторонние влияния должны быть либо устранены, либо подсчитаны достаточно строго: нужно выяснить, не смазывают ли они искомый эффект вообще. (В двух лабораториях США ведется подготовка к постановке такого эксперимента).

12. Тяготение в пространственно-временном континууме

Если потребовать, чтобы все двадцать компонент тензора кривизны Римана — Кристоффеля обратились в нуль, пространство-время станет плоским и появление поля тяготения окажется невозможным. С другой стороны, если нет никаких ограничений на тензор кривизны, некоторого вида ускорения могут быть приняты за поля тяготения. Это находится в противоречии с тем экспериментальным фактом, что поля тяготения подчиняются вполне определенным законам (приближено являющимся законами, которые открыл Ньютон). Законы гравитации должны накладывать некоторые ограничения на кривизну, однако безусловно не исключая самую кривизну.

Как уже упоминалось выше, двадцать компонент тензора Римана — Кристоффеля можно разбить на два тензора по десять компонент в каждом. В геометрии искривленных пространств рассматривают переходы от одной координатной системы к другой и их влияние на структуры, состоящие из нескольких компонент. Возьмем обычный вектор V. Вектор — это не просто величина, это величина, обладающая направлением; его полное представление в четырехмерном пространстве требует четырех компонент V_x, V_y, V_z, V_t (рис. 41). Эти компоненты представляют собой соответствующие проекции самого вектора на четыре направления, определяемые четырьмя координатными осями. Если одна координатная система (x, t) заменяется на другую (x', t'), новые координатные оси приобретают направления, отличные от направлений прежних осей; следовательно, в новой координатной системе тот же самый вектор будет представлен другим набором из четырех компонент $V_{x'}$, $V_{y'}$, $V_{z'}V_{t'}$.

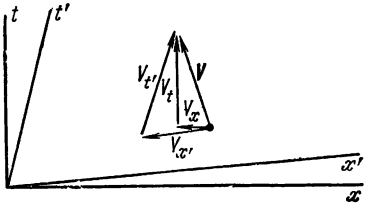


Рис. 41. Компоненты вектора в двух лоренцевых системах отсчета.

На рис. 41 изображены только направления x и t. Однако если известны соотношения между исходной и новой координатной системами (так называемые преобразования координат), то существует определенное правило арифметического определения значений новых компонент вектора через старые. Это правило называется *законом преобразования* компонент вектора.

Аналогичные законы преобразования приложимы к другим геометрическим структурам, таким, например, как тензоры.

Если взять довольно запутанную структуру, какой будет например тензор кривизны, законы преобразования ее компонент при преобразованиях координат будут также довольно сложными, но вполне определенными. Если все двадцать компонент тензора кривизны известны в одной системе координат, их можно подсчитать в любой другой системе координат. Но вовсе не все двадцать компонент в одной координатной системе необходимы, чтобы найти новые компоненты. Напротив, нужно знать лишь небольшую часть компонент в одной системе координат, чтобы найти соответствующие компоненты в другой. Речь идет о двух группах компонент, известных под названием тензора Риччи (или Эйнштейна) и тензора Вейля соответственно. Если десять компонент тензора Риччи обращаются в нуль в одной координатной системе, то они будут равны нулю и во всех других координатных системах, то же самое справедливо и для тензора Вейля.

Вейль обнаружил важное свойство тензора, названного впоследствии его именем. Это свойство называется *конформной инвариантностью*. Во всех предыдущих рассуждениях предполагалось, что геометрия определенного пространства-времени характеризуется инвариантным интервалом между двумя любыми мировыми точками и что численное значение этого интервала не меняется при любом преобразовании координат. Так и должно быть, потому что преобразование координат не означает ничего иного,

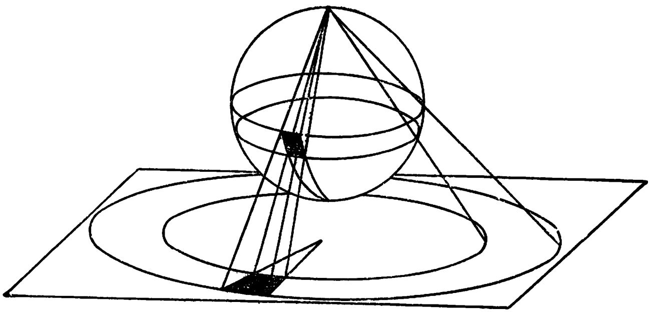


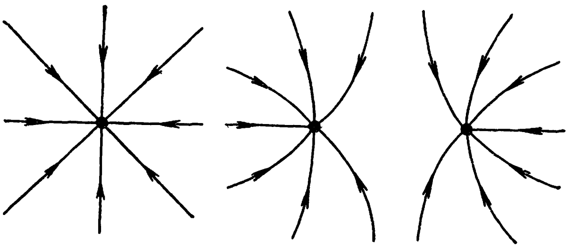
Рис. 42. Конформное картирование (стереографическая проекция).

кроме изменения маркировки мировых точек; такая операция не может влиять на геометрические свойства пространства-времени. Но кроме преобразования координат, существуют еще и такие преобразования, которые изменяют самую геометрию; к таким преобразованиям относится операция, переводящая одно пространственно-временное многообразие в другое многообразие. Вейль рассмотрел, в частности, *конформные преобразования.* При конформном преобразовании все интервалы между парами точек, расположенных вблизи друг друга, меняются; это изменение состоит в умножении интервала на произвольный множитель, который может быть разным в различных положениях. Однако этот множитель в данной точке не зависит от направления, определяющего положение второй (близкой) точки относительно первой. При конформном преобразовании углы между кривыми в точке их пересечения остаются неизменными. При вычерчивании географических карт так называемая стереографическая проекция (рис. 42) дает хорошо известное конформное преобразование, которое преобразует поверхность сферы (глобус) в плоскость (карту).

Если конформное преобразование производится в четырехмерном пространственно-временном континууме, его геометрия изменится; так, например, плоский континуум Минковского может быть преобразован в искривленный континуум. Но все же один аспект пространственно-временной геометрии конформными преобразованиями совсем не затрагивается — сохраняется пространственноподобный, времениподобный и светоподобный характер всех интервалов и направлений. В частности, направления двух световых конусов в каждой мировой точке при конформных преобразованиях не меняются; именно это обстоятельство побудило Вейля заняться их изучением. Он выяснил, что тензор Риччи и тензор Вейля при конформных преобразованиях ведут себя совсем по-разному. Тензор Риччи преобразуется очень сложно (в частности, он может быть равен нулю до конформного преобразования и оказаться отличным от нуля после); тензор Вейля не изменяется. В связи с этим его называют иногда *тензором конформной кривизны.*

В теории тяготения Ньютона ускорение тяготения, вызываемое заданной большой массой, пропорционально этой массе и обратно пропорционально квадрату расстояния от этой массы. Тот же самый закон можно сформулировать немного иначе, но при этом мы получим путеводную нить к релятивистскому закону тяготения. Эта иная формулировка опирается на представление о *гравитационном* поле как о чем-то таком, что впечатано в окрестность большой гравитирующей массы независимо от того, есть там пробные тела или нет. Поле можно полностью описать, задавая в каждой точке пространства вектор, величина и направление которого соответствуют тому гравитационному ускорению, которое приобретает любое пробное тело, помещенное в эту точку. Можно описать поле тяготения графически, проводя в нем кривые, касательная к которым в каждой точке пространства совпадает с направлением локального поля тяготения (ускорения); эти кривые проводятся с плотностью (определенное число кривых на единицу площади поперечного сечения, рис. 43), равной величине локального поля. Если рассматривается одна большая масса, такие кривые — их называют обычно силовыми линиями — оказываются прямыми линиями; эти прямые указывают прямо на тело, создающее поле тяготения, как это показано на рис. 43, *а*. Рис. 43, *б* соответствует полю, создаваемому двумя массами.

Обратно пропорциональная зависимость от квадрата расстояния выражается графически следующим образом: все силовые линии начинаются на бесконечности (на неограниченно большом удалении от области, которая нас интересует) и заканчиваются на больших массах. Если плотность силовых линий равна величине ускорения, число линий, проходящих через сферическую поверхность, центр которой расположен на большой массе, как раз равно



а) *б)*

Рис. 43. Силовые линии.

плотности силовых линий, умноженной на площадь сферической поверхности радиуса *r*; площадь сферической поверхности пропорциональна квадрату ее радиуса. Таким образом, произведение плотности силовых линий на площадь, т. е. число пересекающих сферу кривых (силовых линий) для всех концентрических сфер одно и то же. Точно так же полное число силовых линий, проходящих через любую сферическую поверхность, окружающую большую массу, должно быть одним и тем же; это постоянное число пропорционально массе, которая служит источником поля тяготения. В общем случае ньютоновский закон обратной зависимости от квадрата расстояния может быть приведен к такой форме, которая в равной степени пригодна для источника тяготения в виде одной большой массы и для произвольного распределения масс: все силовые линии гравитационного поля начинаются на бесконечности и оканчиваются на самих массах. Полное число силовых линий, оканчивающихся в некоторой области, содержащей массы, пропорционально полной массе, заключенной в этой области. Кроме того, гравитационное поле — поле *консервативное*: силовые линии не могут принимать форму замкнутых кривых, а перемещение пробного тела вдоль замкнутой кривой не может привести ни к выигрышу, ни к потере энергии.

В релятивистской теории гравитации роль источников неизбежно будет отведена комбинациям массы (или энергии) и импульса. Распределение и поток энергии и импульса задаются тензором энергии — импульса — натяжений, образованного десятью компонентами и удовлетворяющего четырем законам непрерывности (п. 6). В любой заданной системе отсчета один из этих четырех законов непрерывности связывается с законом сохранения (релятивистской) массы, три остальных — с законом сохранения трех компонент импульса. Но в точности так же, как масса в одной системе отсчета определяется не только массой, но и импульсом в другой системе отсчета, так и четыре закона непрерывности вместе образуют векторный закон, так что справедливость одного из них в некоторой системе отсчета может быть обеспечена только справедливостью всех четырех вместе в какой-то другой системе.

Ньютоновский закон, касающийся силовых линий гравитационного поля — это закон, отражающий неоднородность гравитационного поля; когда ставится требование, чтобы силовые линии не начинались в пустом пространстве, тем самым накладываются определенные ограничения на то, как должно изменяться поле при переходе от точки к точке, но вовсе не на величину самого поля. Мало того, переводя закон тяготения на язык силовых линий, мы переходим уже к локальным свойствам и отвлекаемся от расположения удаленных источников. Конечно, удаленные источники определяют поле; но они делают это не непосредственно, а косвенным путем: они просто определяют, сколько силовых линий должно начинаться на бесконечности, чтобы на источниках оканчивалось правильное число силовых линий.

Неоднородности релятивистского поля тяготения описываются тензором кривизны, тогда как само поле описывается таким же способом, каким описывается вектор, например вектор 4-скорости частицы: задается его изменение вдоль кривой (траектории в пространстве-времени). По этой причине Эйнштейну показалось очень вероятным, что релятивистский закон тяготения должен связывать тензор кривизны или некоторые из его компонент с тензором, описывающим поведение источников. Какие именно компоненты тензора кривизны должны быть связаны с источником,— этого Эйнштейн сначала не знал. Но когда Эйнштейн обнаружил, что некий тензор (теперь этот тензор носит его имя), который представляет собой слегка видоизмененный тензор Риччи, удовлетворяет четырем законам непрерывности, причем структура этого тензора по форме совпадает со структурой тензора энергии — импульса — натяжений, то сомнений не оставалось. Соответственно этому результату он постулировал, что два упомянутых тензора пропорциональны друг другу. Коэффициент пропорциональности определяется из требования: закон тяготения в тензорной форме должен сводиться к ньютоновскому закону тяготения для слабых гравитационных полей и при малых скоростях тел; этот коэффициент пропорциональности с точностью до мировых констант равен постоянной тяготения Ньютона.

Этим шагом Эйнштейн завершил построение теории тяготения, называемой иначе *общей теорией относительности.* Подводя итоги, можно сказать, что эта теория обобщает геометрическую идею Минковского о четырхмерном пространственно-временном многообразии; в предлагаемой теории гравитационные поля интерпретируются как проявление кривизны многообразия. В частности, ускорение пробных тел относительно произвольной (не свободно падающей) системы отсчета с геометрической точки зрения соответствует отклонению автопараллельных кривых (которые иначе называются геодезическими) от избранных координатных осей. Такие отклонения могут быть как в плоском, так и в искривленном многообразии и зависят от выбора координатной системы, и этот геометрический факт опять-таки с физической точки зрения интерпретируется как тождественность инерциального и гравитационного ускорений. Истинное гравитационное ускорение отличается от инерциального ускорения тем, что гравитационное ускорение не может быть повсюду ликвидировано за счет выбора системы отсчета; на геометрическом языке это утверждение может быть пересказано так: в искривленном пространстве не существует координатной системы, оси которой были бы автопараллельны (т. е. были бы геодезическими линиями) всюду.

Если допустить тождество физической идеи об истинных гравитационных полях и геометрического представления об искривленном многообразии, законы гравитации должны выглядеть как ограничение, накладываемое на кривизну многообразия. Так как гравитационные поля порождаются большими массами, а в релятивистской теории массы наилучшим образом описываются тензором энергии — импульса — натяжений, состоящим из десяти компонент, наиболее естественным выражением любого закона тяготения будет некоторая связь между тензором энергии — импульса — натяжений и кривизной. Тензор Эйнштейна привлек к себе внимание потому, что законы его преобразования совпадают с законами преобразования тензора энергии — импульса — натяжений (отнюдь не все тензоры имеют одинаковые законы преобразований, а у этих двух тензоров законы преобразования оказались одинаковыми), и еще потому, что, точно так же как тензор энергии — импульса — натяжений, он удовлетворяет четырем уравнениям непрерывности. Следовательно, если мы относим гравитационное поле к известным источникам гравитации — массам, выдвигая условие пропорциональности между тензором энергии — импульса — натяжений и тензором Эйнштейна, эта пропорциональность будет сохраняться во всех мыслимых системах координат, причем во всех системах координат ее форма не изменится. Тем самым принцип общей ковариантности автоматически выполнен. Наконец, Эйнштейну удалось показать, что в том случае, когда массивные тела движутся относительно друг друга с нерелятивистскими скоростями (это означает, что относительные скорости тел малы по сравнению со скоростью света) и когда кривизна незначительна (это означает, что радиус кривизны повсюду велик по сравнению с расстоянием между тяготеющими массами), из его законов тяготения получаются результаты, практически совпадающие с результатами теории тяготения Ньютона.

В астрономии мы обычно имеем дело со случаем, когда массивные тела взаимодействуют друг с другом через необозримое пустое пространство; тогда тензор энергии — импульса — натяжений отличен от нуля только внутри массивных тел, а во всем остальном пространстве он обращается в нуль. Точно так же тензор Эйнштейна должен повсюду обращаться в нуль, за исключением областей, занимаемых самими звездами. Но поскольку в любой точке полная кривизна состоит из двух тензоров — тензора Эйнштейна и тензора Вейля, она вовсе не обязана обращаться в нуль даже в том случае, когда обращается в нуль тензор Эйнштейна. Таким образом, истинное гравитационное поле существует даже в пустом пространстве, разделяющем тяготеющие массы, как это и имеет место в действительности.

Эйнштейн сформулировал свой закон гравитации так, чтобы объединить два закона непрерывности энергии и импульса. Для любой изолированной физической системы сохранение импульса равносильно сохранению скорости центра инерции этой системы. Такая система подчиняется закону инерции Ньютона. Таким образом, хотя общая теория относительности отрицает применимость представления об инерциальных системах отсчета при наличии гравитационных полей, изолированная физическая система, рассматриваемая издалека, все же подчиняется принципу инерции, который в свое время позволил построить инерциальные системы отсчета. Если бы Вселенная состояла из вещества, сконденсированного в некоторой области, окруженной неограниченно простирающимся пустым пространством, в котором гравитационные поля быстро убывают, общая теория относительности допускала бы возможность построения инерциальной системы отсчета, по крайней мере асимптотически в областях, достаточно удаленных от скопления масс. Современные астрономические данные отнюдь не говорят в пользу такой картины «островной» Вселенной.

Очень незначительная кривизна пространства-времени приводит к тому, что предсказания общей теории относительности весьма мало отличаются от предсказаний теории, построенной по образцу релятивистской (в смысле специальной теории относительности) электромагнитной теории. Принцип эквивалентности, согласно которому инертная и гравитационная массы равны друг другу у всех физических объектов, прочно заложен в основы общей теории относительности. Этот принцип нельзя изъять из теории, не разрушив ее нацело. Для медленных движений и умеренных полей тяготения новые уравнения очень близки к формулам ньютоновской теории, причем их расхождения настолько несущественны, что по астрономическим наблюдениям могут сказаться лишь в смещении перигелия Меркурия.

Другие эффекты, предсказываемые новой теорией, могут наблюдаться только в очень специальных условиях, когда массивные тела движутся со скоростями, близкими к скорости света, или при наличии столь больших масс, что обусловливаемая ими кривизна пространства-времени описывается весьма малым радиусом, незначительно превышающим радиус самого тела. Ни один из этих эффектов наблюдать до сих пор не удалось, но астрономы считают, что с такими условиями мы можем встретиться в других областях Вселенной.

13. Решение Шварцшильда

Уже через несколько месяцев после того, как Эйнштейн опубликовал свои уравнения гравитации, немецкий астроном Карл Шварцшильд (1873—1916) сумел получить первое «строгое» решение этих уравнений — решение, которое не было аппроксимацией и не было связано ни с какими предположениями о «силе» или «слабости» полей. Решение Шварцшильда описывает гравитационное поле одной сферической массы в окружающем эту массу пространстве; на достаточном удалении от этой массы решение переходит в классический закон тяготения (закон обратной пропорциональности квадрату расстояния). Практически, если источником гравитационного поля служит небесное тело умеренного размера и умеренной плотности, шварцшильдовское решение будет неотличимо от ньютоновского. И лишь в том случае, когда масса источника гравитационного поля будет настолько сильно сжата, что на поверхности тела возникнут «сильные» гравитационные поля, возникают новые интересные явления, которые уже можно обнаружить.

Но что значит «сильные» поля? Если что-нибудь и можно понять из физики и астрономии, то только то, что сам человек со всем его опытом и знаниями с трудом выбирает подходящую меру для выяснения того, что значит «сильный» и что значит «слабый». Слов нет, небесные тела очень велики по сравнению с теми объектами, с которыми мы сталкиваемся в повседневной жизни, но Земля уже ничтожно мала по сравнению с неподвижными звездами, а неподвижные звезды теряются среди необъятных галактик. И еще. Человек представляется непостижимо громадным по сравнению с бактерией, бактерия кажется громадной по сравнению с вирусом, а вирус — колоссальным по сравнению с атомом. Из всего этого следует лишь то, что значение гравитационного поля на поверхности Земли ни в коем случае не может служить стандартом величины