что обусловливаемая ими кривизна пространства-времени описывается весьма малым радиусом, незначительно превышающим радиус самого тела. Ни один из этих эффектов наблюдать до сих пор не удалось, но астрономы считают, что с такими условиями мы можем встретиться в других областях Вселенной.

13. Решение Шварцшильда

Уже через несколько месяцев после того, как Эйнштейн опубликовал свои уравнения гравитации, немецкий астроном Карл Шварцшильд (1873—1916) сумел получить первое «строгое» решение этих уравнений — решение, которое не было аппроксимацией и не было связано ни с какими предположениями о «силе» или «слабости» полей. Решение Шварцшильда описывает гравитационное поле одной сферической массы в окружающем эту массу пространстве; на достаточном удалении от этой массы решение переходит в классический закон тяготения (закон обратной пропорциональности квадрату расстояния). Практически, если источником гравитационного поля служит небесное тело умеренного размера и умеренной плотности, шварцшильдовское решение будет неотличимо от ньютоновского. И лишь в том случае, когда масса источника гравитационного поля будет настолько сильно сжата, что на поверхности тела возникнут «сильные» гравитационные поля, возникают новые интересные явления, которые уже можно обнаружить.

Но что значит «сильные» поля? Если что-нибудь и можно понять из физики и астрономии, то только то, что сам человек со всем его опытом и знаниями с трудом выбирает подходящую меру для выяснения того, что значит «сильный» и что значит «слабый». Слов нет, небесные тела очень велики по сравнению с теми объектами, с которыми мы сталкиваемся в повседневной жизни, но Земля уже ничтожно мала по сравнению с неподвижными звездами, а неподвижные звезды теряются среди необъятных галактик. И еще. Человек представляется непостижимо громадным по сравнению с бактерией, бактерия кажется громадной по сравнению с вирусом, а вирус — колоссальным по сравнению с атомом. Из всего этого следует лишь то, что значение гравитационного поля на поверхности Земли ни в коем случае не может служить стандартом величины гравитационного поля. Но в любом случае, если что-нибудь и существенно в гравитационном поле, то не столько величина гравитационного поля сама по себе, т. е. ускорение пробного тела в данном месте (потому что оно просто зависит от выбора четырехмерной координатной системы), сколько возникающая при этом кривизна (рис. 44). В свою очередь кривизну можно описывать с помощью радиуса кривизны (радиус кривизны — это радиус сферы, обладающей такой же кривизной), который тем больше, чем меньше кривизна, и наоборот. Поле тяготения следует считать «сильным», если радиус кривизны не слишком велик по сравнению с геометрическими размерами рассматриваемого объекта. Если всю массу Земли сконцентрировать в точке, так что поле тяготения будет все время возрастать при приближении к центру, радиус кривизны пространства-времени приблизится к центру, где сконцентрирована масса, на расстоянии 1 *см*, Если точно таким же образом сконцентрировать в точку всю массу Солнца, кривизна станет заметной, в том же самом смысле, на расстоянии около 1 *км* от центра. В обоих этих случаях речь идет об области, в которой радиус кривизны становится равным радиусу Шварцшильда или, как это чаще пишут в русской литературе, *гравитационному радиусу*, отнесенному соответственно к массе Земли или Солнца (см. Дополнение 4). Сфера, описанная около большой массы, радиус которой равен гравитационному, называется сферой *Шварцшильда.*

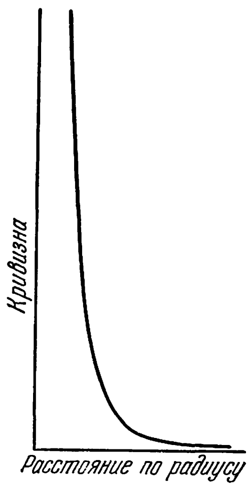

Рис. 44. Кривизна шварцшильдовского поля.

Можно подойти к гравитационному радиусу и с несколько иной стороны. С тех пор как с поверхности Земли стали подниматься ракеты, понятие скорости отрыва (второй космической скорости) стало очень популярным. *Скоростью отрыва* называют скорость, которую нужно сообщить космическому кораблю, чтобы он мог уйти из окрестности Земли в свободном (т. е. без участия двигателей) полете (рис 45). Гравитационный радиус определяет такое расстояние от центра Земли, скорость отрыва для которого приближается к скорости света. Этот радиус можно найти, не прибегая к теории относительности вообще (чтобы не отвлекать внимания читателя математическими подробностями, этот расчет вынесен в Дополнение 4). Гравитационный радиус R для (сферического) тела массы M определяется формулой

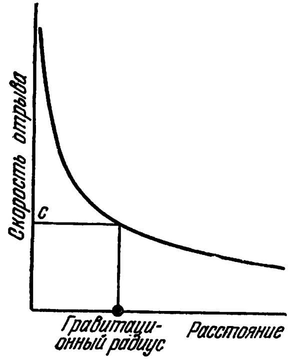

Рис. 45. Зависимость скорости отрыва от расстояния от центра большой точечной массы (согласно механике Ньютона).

$$R = \frac{2\varkappa}{c^2} M.$$

Как всегда через c обозначена скорость света в пустоте; константа $\varkappa$ называется *постоянной тяготения Ньютона*; она равна силе, с которой две массы, по 1 *г* каждая, притягивают друг друга, если расстояние между ними равно 1 *см*. Эта сила оказывается меньше одной десятимиллионной доли дины — силы, которая массе в 1 *г* сообщает ускорение 1 *см/сек*^{2}. Что случится, если мы приблизимся к гравитационному радиусу достаточно плотной массы? Этот вопрос далеко не праздный. Из рис. 46 и 47 можно видеть, что при достаточно большой общей массе не требуется чрезвычайно большой средней плотности массы, чтобы гравитационный радиус оказался вне пределов звезды, т. е. в пустом пространстве. На рис. 46 приводится зависимость гравитационного радиуса от радиуса сферы, в которой заключена масса (средняя плотность этой массы предполагается равной плотности воды при нормальных земных условиях). Оба эти радиуса становятся равными, когда полная масса принимает значение 10^8 солнечных масс. На рис. 47 приведена плотность, нобходимая для того, чтобы вывести гравитационный радиус за пределы звезды в зависимости от полной массы звезды; для массы, равной массе Солнца, требуемая плотность в 10^{16} раз больше плотности воды и примерно равна плотности вещества внутри атомных ядер. Чтобы необходимая плотность стала равной плотности вещества в обычных земных условиях, полная масса должна занимать в пространстве область, сравнимую с размерами Галактики. Реально в Галактике вещество распределено по столь обширному пространству, что кривизна пространства-времени нигде не имеет заметной величины. Однако *квазизвездные* объекты, обнаруженные в 1963 г. австралийским астрономом К. Хазардом и группой астрономов из Калифорнии, и некоторые из объектов, которые были первоначально окрещены

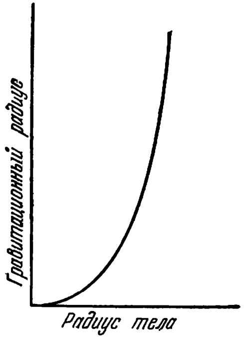

Рис. 46. Зависимость гравитационного радиуса массивного тела от его фактического радиуса при постоянной плотности массы, равной плотности воды в нормальных земных условиях.

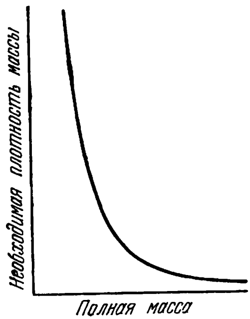

Рис. 47. Плотность массы как функция полной массы, если гравитационный радиус равен радиусу массивного тела.

рабочим термином «примазавшиеся» (они были открыты Алланом Сендеджем и его группой годом позже), могут иметь столь значительную массу, что обусловленная ими кривизна пространства станет уже вполне заметной. *Квазары,* или квазизвездные объекты, представляют собой очень яркие объекты с большим красным смещением в спектре, обладающие мощным радиоизлучением. «Примазавшиеся» напоминают квазары в области видимого света, но их радиоизлучение мало по сравнению с квазарами. В настоящее время расстояние до квазаров, а следовательно, и их размеры служат предметом спора; и лишь тогда, когда массы и размеры квазаров будут достаточно известны, кривизна пространства-времени вблизи их границы может быть более или менее аккуратно определена.

Независимо от того, как можно реализовать этот случай, расмотрим гипотетическую ситуацию: большую массу при очень высокой плотности, так что гравитационный радиус этой массы оказывается вне ее или по крайней мере близко к границе тела. Что предсказывает в этом случае общая теория относительности? Пока наблюдения ограничены областью, достаточно удаленной от массивного тела и выходящей за гравитационный радиус, тяготеющая масса будет вести себя так, как она должна вести себя согласно ньютоновской физике; малые тела притягиваются к массе, и их траектории будут либо открытыми (они будут начинаться на бесконечности и уходить на бесконечность), либо будут замкнутыми — эллиптическими. Согласно механике теории относительности эти эллипсы не остаются неподвижными в пространстве, как это следует из теории Ньютона, а медленно поворачиваются в пространстве; этот поворот становится заметным лишь за очень большое число периодов обращения (рис. 48). Этот медленный поворот, так называемое *смещение перигелия*, был действительно обнаружен у орбиты Меркурия; только для этой планетарной орбиты общая теория относительности предсказывает смещение, достаточное для его обнаружения. Более поздняя работа Дикке показала, однако, что согласие между теоретическими предсказаниями и данными наблюдений за смещением перигелия Меркурия хуже, чем это считалось раньше.

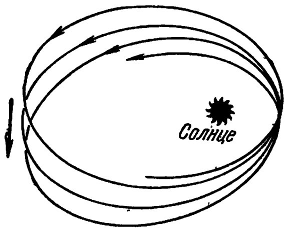

Рис. 48. Эллиптические орбиты планет и смещение перигелия.

Теория предсказывает еще, что спектральные линии для излучения, испускаемого вблизи больших масс, будут несколько смещены в сторону более низких частот по сравнению со спектральными линиями того же излучения, возникающего в каком-либо другом месте. Этот результат представляет собой частный случай более общего утверждения, состоящего в том, что все процессы, происходящие вблизи массивных тел, идут замедленно. Изменение спектральной частоты пропорционально ньютоновскому потенциалу и, следовательно, обратно пропорционально расстоянию от центра большой массы; это изменение частот известно под названием *гравитационного красного смещения*, так как уменьшение частоты приводит к изменению окраски света в направлении к красной части спектра. Вообще говоря, может быть как красное, так и голубое смещение спектральных линий, вызванное другими причинами, а не только гравитацией. Например, так может случиться при быстром движении источника света (это явление известно как *доплеровское смещение*). Прилагательное «гравитационное» подчеркивает, что красное смещение возникает из-за того, что источник света расположен в сильном гравитационном поле массивного источника. В 1960 г. Р. Паунду (Гарвардский университет) удалось продемонстрировать в лаборатории красное смещение, вызванное гравитационным полем Земли. До этого красное смещение наблюдалось лишь в спектрах очень плотных звезд, носящих название белых карликов. Этот эффект наблюдался также и в солнечном спектре; однако здесь он настолько мал, что частично перекрывается многими другими эффектами, возникающими при излучении света в атмосфере Солнца.

Если бы удалось поднести источник света совсем близко к сильно сжатой массе, уменьшение частоты завершилось бы полной остановкой колебаний при достижении гравитационного радиуса. Конечно, это явление невозможно наблюдать без достаточно сконцентрированной массы, но нет никаких оснований сомневаться в том, что такую остановку колебаний в подходящих условиях наблюдать можно.

В непосредственной близости от большой массы все расстояния также будут изменены. Проведем концентрические сферические поверхности около большой массы и будем различать сферы по площади их поверхности. В привычном для нас плоском пространстве площадь сферической поверхности равна квадрату радиуса сферы, умноженному на 4π. Обратно, зная поверхность двух концентрических сфер, нетрудно вычислить расстояние между ними. Однако такое простое соотношение вблизи гравитационного радиуса уже не имеет места: расстояние между двумя сферическими поверхностями оказывается уже больше, чем это было в том случае, когда кривизна равнялась нулю. Очень трудно изобразить трехмерное или четырехмерное искривленное пространство, поэтому на рис. 49 и 50 показаны аналогичные связи для двумерного искривленного пространства — сферы, на которой проведены концентрические окружности. Расстояния между окружностями с возрастающей длиной дуги на сфере больше, чем на плоскости (длина окружности в этом примере играет ту же роль, что и площадь сферы для сферы в трех измерениях).

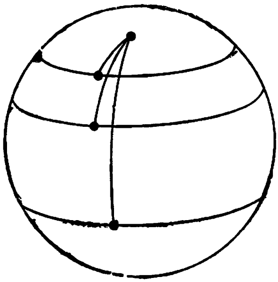

Рис. 49. Концентрические окружности и их радиусы на сфере.

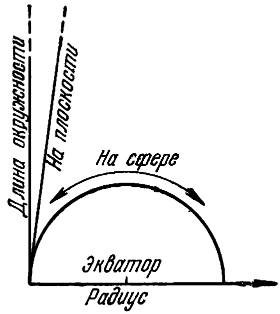

Рис. 50. Длина окружности в зависимости от радиуса на плоскости и на сфере.

Займемся теперь свободным падением частицы; мы начнем с некоторого достаточно далекого расстояния от большой массы и приблизимся до расстояний, близких к гравитационному радиусу. Если в начальный момент пробное тело покоилось, то в первое время его скорость будет увеличиваться так, как это происходит при падении тела с малой массой на тело с большой массой. Целесообразно измерять скорость падающего тела, отмечая те сферические поверхности, которые пересекает это пробное тело при своем движении; в качестве единицы времени удобно использовать единицы времени внешнего наблюдателя, остающегося в покое на достаточном удалении. Спустя некоторое время скорость падающего тела уже не будет увеличиваться; тело будет даже замедляться, поскольку его движение будет определяться уже локальными условиями. Когда пробное тело начнет приближаться к гравитационному радиусу (рис. 51), ему нужно будет проходить все большее и большее расстояние между концентрическими сферами; это движение определяется локальным временем, которое течет медленнее, чем время внешнего наблюдателя. Оба эти обстоятельства действуют в одном и том же направлении; в конечном счете скорость частицы настолько замедляется, что частица никогда не сможет достичь сферы Шварцшильда.

Но не только частицы испытывают торможение, уменьшается даже и сама скорость света. Теория показывает,

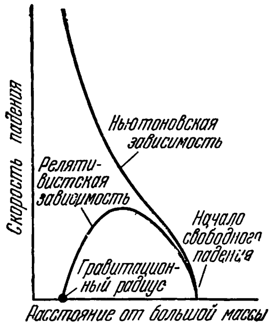

Рис. 51. Скорость свободно падающей частицы как функция времени внешнего наблюдателя.

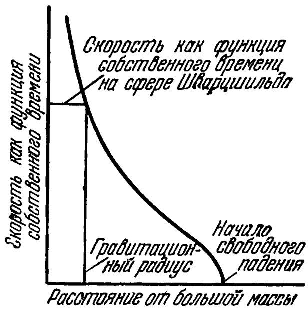

Рис. 52. Скорость свободно падающей частицы, как функция собственного времени свободно падающего тела.

что световой импульс, возникший в любой точке пространства, расположенной за сферой Шварцшильда большой массы, сможет достичь этой сферы только за бесконечно большое время. Если бы удалось поставить зеркало, отражающее свет, где-нибудь вблизи сферы Шварцшильда (но с внешней стороны) и направить извне световой импульс на это зеркало, то пришлось бы довольно долго ждать, прежде чем отраженный свет вернулся бы обратно. Эта задержка неограниченно возрастала бы, если бы мы последовательно передвигали зеркало все ближе и ближе к сфере Шварцшильда. По тем же причинам внешний наблюдатель никогда не смог бы увидеть событие (получить информацию о нем), наступившее внутри сферы Шварцшильда: световой сигнал, испущенный при наступлении события, никогда не дошел бы до внешнего наблюдателя за конечное время.

Движение материальных тел и световых сигналов выглядит таким образом лишь для внешнего наблюдателя, который остается в неизменном состоянии. Но что увидит наблюдатель, связанный со свободно падающей частицей? Как это ни странно, такой наблюдатель сумеет достичь и пересечь сферу Шварцшильда за конечное время (рис. 52). На первый взгляд эти два результата находятся в противоречии друг с другом. Но оно объясняется просто неотчетливым использованием понятия «время». Наблюдатель, сам находящийся в свободном падении, в качестве эталона времени использует свои часы, которые окажутся вместе с ним в области, где все процессы замедляются. Он обнаружит, что добрался до сферы Шварцшильда за время, которое по часам на его руке отсчитывается неполным оборотом часовой стрелки. С другой стороны, находящийся в стационарных условиях наблюдатель, которому необходимо сравнить темп определенных неподвижных часов, расположенных просто ближе к сфере Шварцшильда, чем он сам, поступает очень просто: он сравнивает показания этих часов с показаниями своих. Он обнаруживает при этом, что стрелка часов на его руке совершила несколько оборотов за то же самое время, за которое стрелка часов, удаленных от него, сделала всего-навсего один оборот. Таким образом, он установит, что «далекие» часы (которые вовсе не падают, а остаются на месте) отстают.

Чтобы определить время, когда падающая частица проходит через ту или иную сферическую поверхность (или любую маркированную точку), неподвижный наблюдатель должен применить какую-нибудь «военную хитрость». Он может, например, произвести ряд измерений с помощью зеркала; из этих измерений он выяснит, сколько времени нужно, чтобы свет проделал путь туда и обратно от точки, где он находится сам, и до любой удаленной от него точки. Время для распространения света «туда» можно будет принять равным половине времени распространения «туда и обратно». После этого можно уже визуально следить за свободным падением частицы. В конце концов наблюдатель скорректирует замеченные им моменты времени, когда частица оказывается в нужных точках, с помощью полученных предварительно значений времени распространения света от этих точек до него.

Другая возможность состоит в том, что неподвижный наблюдатель использует в качестве пробной частицы идеально упругий резиновый мяч, который упруго отражается от любой закрепленной поверхности без потери скорости.

Если расставить отражающие стенки в различных местах и определить время, которое необходимо, чтобы мяч упал на стенку, а затем возвратился обратно, можно избежать использования световых сигналов, которые уходят на слишком уже большие расстояния. Но какой бы метод мы ни применили, результат останется неизменным: неподвижный внешний наблюдатель всегда обнаружит, что частице нужно бесконечно большое время, чтобы достичь сферы Шварцшильда.

14. Внутри шварцшильдовской сферы

Хотя, согласно данным внешнего наблюдателя, частица никогда не достигнет сферы Шварцшильда и никакой световой сигнал не может в конечное время пересечь эту сферу, свободно падающему наблюдателю нужен конечный интервал его собственного времени, чтобы проникнуть в область внутри шварцшильдовской сферы. В связи с этим отнюдь не безынтересно выяснить, какие приключения ожидают отважного наблюдателя, рискнувшего самому прыгнуть в бездну, а не довольствоваться показаниями приборов. Итак, посмотрим, что скажет на этот счет теория.

Не забудем, что этот фантастический проект не представляет никакого интереса с точки зрения теории, если только гравитирующая масса не сжата до такой степени, что ее шварцшильдовская сфера лежит уже в пустом пространстве. У обычных небесных тел не обнаружится никаких «экзотических» явлений, связанных с существованием сферы Шварцшильда. Чтобы проиллюстрировать это обстоятельство, на рис. 53 приведена зависимость величины красного смещения для двух случаев: когда вся масса сконцентрирована в центре в одной точке (a) и когда она распределена по конечному объему, выходящему за шварцшильдовскую сферу (b). Дело вовсе не в том, что размазанное по пространству вещество будет чисто механически мешать проведению наблюдений в районе, где проходит сфера Шварцшильда, не позволяя приборам проникать через звездную материю. Даже если бы удалось прорыть тоннель через все протяженное небесное тело, никаких удивительных явлений в районе, где (номинально) проходит сфера Шварцшильда обнаружить не удалось бы, потому что вовсе не все вещество, образующее тело, участвует в