2. *Вывод закона обратной пропорциональности квадрату расстояния для сил тяготения*

Третий закон Кеплера для движения планет по орбитам утверждает, что период обращения планеты (время, за которое планета совершает полный оборот вокруг Солнца) пропорционален длине наибольшей оси ее эллиптической орбиты в степени три вторых. В этом Дополнении будет показано, что уже из одного этого факта вытекает, что ускорение планеты, направленное к Солнцу, должно быть обратно пропорционально квадрату расстояния от Солнца. Для простоты мы приведем вывод для круговой орбиты. Ньютон показал, что этот вывод годится и для эллиптических орбит.

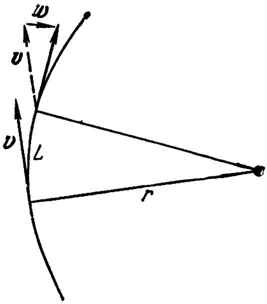

Рис. 71. Ускорение при движении по круговой орбите.

Хотя на круговой орбите величина скорости остается неизменной, направление скорости все время меняется. Если обозначить радиус круговой орбиты через r, то длина окружности равна $2\pi r$. За время, за которое планета пройдет небольшой отрезок пути L, ее скорость v изменится на небольшую величину w, как это показано на рис. 71. Отношение величин w и v равно отношению L к радиусу r, т. е.

$$\frac{w}{v} = \frac{L}{r}.$$

Если время, требуемое для прохождения пути L, обозначить через t, а период обращения планеты через T, то предыдущее отношение можно переписать так:

$$\frac{w}{v} = 2\pi \frac{t}{T},$$

потому что скорость v равна отношению длины окружности к периоду обращения: $v = 2\pi r/T$. Отношение w/t равно скорости, с которой изменяется скорость в единицу времени, т. е. ускорению a, так что

$$a = \frac{w}{v} = 2\pi \frac{v}{T} = 4\pi^2 \frac{r}{T^2}.$$

Поскольку сила, действующая со стороны Солнца на планету, равна произведению массы планеты на ускорение, для силы f можно написать выражения

$$f = 4\pi^2 \frac{mr}{T^2}.$$

Если период обращения T пропорционален $r^{3/2}$, как это было установлено Кеплером на основе наблюдений, произведенных Тихо Браге:

$$T = br^{3/2},$$

то, подставляя этот эмпирический закон в предыдущее выражение для силы, мы придем к искомой зависимости сил, действующих со стороны Солнца на планету, в виде

$$f = \frac{4\pi^2}{b} \frac{m}{r^2}.$$

3. Преобразование Лоренца

Для двух наблюдений, которые связаны с инерциальными системами отсчета, находящимися в относительном движении, существуют соотношения, позволяющие пересчитать пространственные и временные координаты события от одной системы отсчета к другой. Если эти соотношения удовлетворяют основным требованиям специальной теории относительности, они называются преобразованием Лоренца. В эти основные требования входит требование универсальности скорости света в пустоте для всех инерциальных систем отсчета. Кроме того, нужно удовлетворить еще и такому условию: если два события наступили таким образом, что соединяющая их прамая перпендикулярна направлению относительного движения двух систем, и если события в одной системе отсчета были одновременны, они должны оказаться одновременными и в любой другой системе; расстояние между этими событиями также должно быть одинаковым для обоих наблюдателей. Происходит так потому, что проблема одновременности, поднятая Эйнштейном, может быть обойдена для пары событий, находящихся в указанном взаимоотношении. Если наблюдатель находится на прямой, делящей линию, соединяющую два события, пополам и перпендикулярную к ней, расстояния между ним и точками, в которых произошли два события, останутся