поверхности Земли радиус кривизны пространства-времени (кривизны, обусловленной самой Землей) составляет около 10^8 *км*; это расстояние равно радиусу орбиты Земли при движении вокруг Солнца.

5. *Гравитационное излучение*

В Дополнении 2 было показано, что из третьего закона Кеплера следует для закона всемирного тяготения обратно пропорциональная зависимость от квадрата расстояния, впервые указанная Ньютоном. Запишем этот закон в виде

$$a = \frac{\varkappa \cdot m}{r^2},$$

где a — ускорение, возникающее под действием тела, обладающего массой m и расположенного на расстоянии r (постоянная $\varkappa$, как всегда, ньютоновская гравитационная постоянная). Из этого закона вытекает, что для круговой орбиты радиуса d, на которой центростремительное ускорение равно

$$a = \frac{v^2}{d},$$

отношение линейной скорости на орбите v к скорости света c можно выразить через гравитационный радиус R, введенная в Дополнение 3:

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 = \frac{R}{d}.$$

Это отношение равно также отношению кинетической энергии системы к энергии покоя системы. Действительно, кинетическая энергия с точностью до множителя $^1/_2$ равна mv^2, а энергия покоя mc^2.

Период обращения должен быть того же порядка величины, что и время, необходимое, чтобы тело, обладающее скоростью v, прошло расстояние, равное радиусу орбиты d:

$$T_p \sim \frac{d}{v} = \frac{d}{c}\left(\frac{d}{R}\right)^{1/2}.$$

Первый множитель в последнем звене равенства определяет время, необходимое свету для прохождения расстояния d; второй множитель — квадратный корень из отношения размера орбиты к гравитационному радиусу.

Согласно общей теории относительности гравитационные волны обладают свойствами, сходными со свойствами волн сдвига. Об этом рассказывается в п. 18. Гравитационные волны не могут излучаться телом, которое совершает просто пульсирующее движение взад и вперед так, что никакого поперечного движения вещества не происходит. Источник гравитационного излучения сам по себе уже должен испытывать некоторое сдвиговое движение, движение, изменяющее его квадрупольный момент. Само понятие квадрупольного момента относится к нарушению симметрии в распределении масс, измеряемому по отклонению произведения масс на квадрат их расстояния от центра (рассчитанному в определенном направлении) от того же самого выражения, но усредненного по всем направлениям. Квадрупольный момент двойной звезды, компоненты которой обладают примерно равной массой m, по порядку величины равен md^2, где через d обозначено расстояние между компонентами.

Ньютоновское гравитационное поле, создаваемое двойной звездой, отличается от гравитационного поля, создаваемого одной звездой, имеющей полную массу, равную массе двойной звезды. Отличие поля двойной звезды от поля одинарной вполне заметно на расстояниях порядка d, а на больших расстояниях убывает обратно четвертой степени r:

$$a_Q \sim \varkappa \frac{md^2}{r^4},$$

тогда как поле, вызываемое одной массой, убывает всего лишь обратно пропорционально квадрату расстояния. Таким образом, на больших расстояниях отношение квадрупольной поправки к главному члену порядка $1/r^2$ стремится к нулю как $(d/r)^2$. Эти результаты получаются в классической ньютоновской физике, где полностью пренебрегают эффектами излучения.

Если квадрупольный момент звездной системы меняется со временем, например, за счет вращения, вызванного движением компонент двойной звезды, то статический эффект, создаваемый квадрупольным моментом, будет на больших расстояниях меньше эффектов, связанных с излучением. Напряженность поля в любой волне — будь то волна гравитационная, электромагнитная или какой-либо другой природы — убывает на больших расстояниях обратно пропорционально расстоянию. Совсем неважно, насколько малы эффекты, связанные с действием излучения, на небольших расстояниях от излучающей системы, все равно на достаточном удалении от системы любое излучение превзойдет все статические эффекты.

Если не гнаться за численными множителями, связь между статическим выражением для a_Q в последнем равенстве и его же значением вдали от источника, можно получить, когда все, за исключением одного, множители r заменить на длину волны λ. Длина волны, как известно, это просто период обращения T_p, умноженный на скорость распространения волны c. Поэтому

$$\lambda = cT_p \sim d\left(\frac{d}{R}\right)^{1/2}.$$

Совершив такую подстановку, мы получим для a_Q на больших удалениях от источника приближенное выражение

$$a_Q \sim \varkappa \frac{md^2}{\lambda^3 r} \sim \frac{c^2}{r}\left(\frac{R}{d}\right)^{5/2}.$$

Значение a_Q, обратно пропорциональное четвертой степени расстояния, получено для статического случая и сохраняется в случае переменного квадрупольного момента лишь на расстояниях малых по сравнению с длиной волны λ.

Интенсивность гравитационной волны (плотность энергии в волне) равна квадрату ускорения a_Q, поделенному на гравитационную постоянную

$$I \sim \frac{1}{\varkappa} a_Q^2 \sim \frac{c^4}{\varkappa r^2}\left(\frac{R}{d}\right)^5.$$

Поток энергии в единицу времени равен плотности энергии, умноженной на скорость распространения волны:

$$p \sim \left(\frac{cR}{d}\right)^5 \frac{1}{\varkappa r^2}.$$

Следовательно, мощность излучения по всем направлениям по порядку величины равна

$$P \sim \frac{1}{\varkappa}\left(\frac{cR}{d}\right)^5.$$

Из последнего выражения можно определить продолжительность процессов излучения. Так как механическая энергия $\mathscr{E}_{\text{м}}$ двойной звезды по порядку величины равна ее кинетической энергии mv^2, эта энергия может быть выражена через те же самые величины, которые входят в выражение для мощности излучения P, если использовать уже полученные нами выражения для m и для v^2:

$$\mathscr{E}_{\text{м}} \sim mv^2 \sim \frac{c^2R}{\varkappa} \cdot c^2 \frac{R}{d} = \frac{c^4R}{\varkappa} \frac{R}{d},$$

и время, за которое гравитационное излучение уносит с собой энергию порядка кинетической энергии системы, оказывается равным

$$T = \frac{\mathscr{E}_{\text{м}}}{P} \sim \frac{1}{\varkappa} \frac{d}{c} c^5 \left(\frac{R}{d}\right)^2 \Big/ \left[\frac{1}{\varkappa} c^5 \left(\frac{R}{d}\right)^5\right] = \frac{d}{c} \left(\frac{R}{d}\right)^3.$$

6. Степени десяти и единицы измерения

Чтобы записывать очень большие и очень маленькие числа (а те и другие часто появляются в научных статьях), неудобно писать длинные десятичные дроби с большим числом нулей после запятой или же числа с длинным рядом нулей справа. Всего этого можно избежать, если указать положение запятой, определяющей десятичную дробь с помощью отдельного множителя, представляющего собой степень десяти. Если использовать запись произведения десяти на самое себя через показатель степени:

$$\begin{aligned} 10^2 &= 100, \\ 10^3 &= 1000, \\ 10^6 &= 1\,000\,000, \\ 10^{20} &= 100\,000\,000\,000\,000\,000\,000, \\ 10^{-3} &= 0{,}001, \\ 10^{-7} &= 0{,}0000001, \end{aligned}$$

можно представить числа, которые весьма трудно читаются, в виде произведения некоторой степени десяти и некоторого компактного числового множителя. Два примера, приводимых ниже, показывают маленькое и большое число, записанное таким способом:

$$\begin{aligned} 3\,750\,000 &= 3{,}75 \cdot 10^6, \\ 0{,}0000047 &= 4{,}7 \cdot 10^{-6}. \end{aligned}$$