

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

*

Как мы видели в первой части этой книги, существует много экспериментальных подтверждений того, что физические законы лорентц-ковариантны. Однако в пользу общей теории относительности до сих пор наиболее убедительными остаются теоретические аргументы. Резюмируем их, прежде чем обратиться к экспериментальным доказательствам общей теории относительности.

Только теория гравитации, ковариантная относительно общих преобразований координат, может объяснить принцип эквивалентности и сделать этот принцип своей неотъемлемой частью. Теория гравитации, из которой вытекает этот принцип, должна считаться более удовлетворительной, чем теории, хотя и совместимые с принципом эквивалентности, но органически с ним не связанные, т. е. для своего вывода не требующие его справедливости; такие теории с небольшими модификациями могут быть сохранены, если „гравитационную“ и „инертную“ массы считать различными независимыми величинами.

В настоящий момент общая теория относительности является наиболее совершенной из известных теорий поля. В следующей главе будет показано, что законы движения в общей теории относительности не независимы от уравнений поля, а полностью ими определяются.

Перейдем к экспериментальным подтверждениям общей теории относительности. Существуют три явления, в отношении которых общая теория относительности приводит к наблюдаемым эффектам. Все эти три явления наблюдаются на опыте; однако в двух из них величина эффекта лишь незначительно превышает пределы экспериментальных ошибок, так что количественное согласие эксперимента с теорией остается пока сомнительным.

Общая теория относительности объясняет движение перигелия орбиты Меркурия, которое было известно еще до создания новой теории. Кроме того, общая теория относительности правильно предсказала отклонение светового луча, проходящего близ поверхности Солнца, и красное смещение спектральных линий света, испускаемого звездами большой плотности („белыми карликами“).

Движение перигелия Меркурия. Рассмотрим движение небольшого тела в поле Шварцшильда, создаваемом телом массы значительно большего размера. При этом удобно ввести полярные координаты, определяемые следующими уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} \xi^{*1} &= r = \sqrt{\xi^1{}^2 + \xi^2{}^2 + \xi^3{}^2}, \\ \xi^{*2} &= \theta = \operatorname{arctg} \left(\frac{\xi^3}{\sqrt{\xi^1{}^2 + \xi^2{}^2}} \right), \\ \xi^{*3} &= \varphi = \operatorname{arctg} \left(\frac{\xi^2}{\xi^1} \right), \\ \xi^{*4} &= \xi^4. \end{aligned} \right\} \quad (14.1)$$

В этих координатах метрический тензор имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} g_{44} &= 1 - \frac{2km}{r}, \\ g_{11} &= -\frac{1}{1 - \frac{2km}{r}}, \\ g_{22} &= -r^2, \\ g_{33} &= -r^2 \cos^2 \theta, \end{aligned} \right\} \quad (14.2)$$

а все остальные его компоненты равны нулю.

Уравнениями движения малой частицы в этом поле Шварцшильда будут

$$\frac{d^2 \xi^\mu}{d\tau^2} + \left\{ \begin{matrix} \mu \\ \rho \sigma \end{matrix} \right\} \frac{d\xi^\rho}{d\tau} \frac{d\xi^\sigma}{d\tau} = 0. \quad (14.3)$$

Вычислим символы Кристоффеля $\left\{ \begin{matrix} \mu \\ \rho \sigma \end{matrix} \right\}$. Если для краткости ввести обозначение

$$e^\mu = 1 - \frac{2\kappa m}{r}, \quad (14.4)$$

для неисчезающих символов Кристоффеля получим:

$$\left. \begin{aligned} \left\{ \begin{matrix} 4 \\ 14 \end{matrix} \right\} &= \frac{1}{2} \mu', & \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 44 \end{matrix} \right\} &= \frac{1}{2} e^{2\mu} \mu', & \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 11 \end{matrix} \right\} &= -\frac{1}{2} \mu', \\ \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 22 \end{matrix} \right\} &= -e^\mu r, & \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 33 \end{matrix} \right\} &= -e^\mu r \cos^2 \theta, \\ \left\{ \begin{matrix} 2 \\ 12 \end{matrix} \right\} &= \frac{1}{r}, & \left\{ \begin{matrix} 2 \\ 33 \end{matrix} \right\} &= \cos \theta \sin \theta, \\ \left\{ \begin{matrix} 3 \\ 13 \end{matrix} \right\} &= \frac{1}{r}, & \left\{ \begin{matrix} 3 \\ 23 \end{matrix} \right\} &= -\operatorname{tg} \theta. \end{aligned} \right\} \quad (14.5)$$

Если упростить нашу механическую задачу, предполагая, что движение происходит в плоскости $\theta = 0$, то уравнения движения получим в виде следующих дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 t}{d\tau^2} + \mu' \frac{dt}{d\tau} \frac{dr}{d\tau} &= 0, \\ \frac{d^2 r}{d\tau^2} + \frac{1}{2} e^{2\mu} \mu' \left(\frac{dt}{d\tau} \right)^2 - \frac{1}{2} \mu' \left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2 - e^\mu r \left(\frac{d\varphi}{d\tau} \right)^2 &= 0, \\ \frac{d^2 \varphi}{d\tau^2} + \frac{2}{r} \frac{dr}{d\tau} \frac{d\varphi}{d\tau} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (14.6)$$

Один из интегралов этих уравнений дает определение дифференциала собственного времени

$$e^\mu \left(\frac{dt}{d\tau} \right)^2 - e^{-\mu} \left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2 - r^2 \left(\frac{d\varphi}{d\tau} \right)^2 = 1. \quad (14.7)$$

Первое уравнение (14.6) имеет интеграл

$$e^\mu \frac{dt}{d\tau} = k. \quad (14.8)$$

Последнее уравнение (14.6) дает интеграл момента количества движения

$$r^2 \frac{d\varphi}{d\tau} = h. \quad (14.9)$$

Интеграл (14.8) соответствует интегралу энергии. Три уравнения (14.7), (14.8) и (14.9) заменяют уравнения второго порядка (14.6). Наконец, с помощью уравнения (14.8) можно исключить координатное время t , в результате чего получаем два уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2 + r^2 \left(\frac{d\varphi}{d\tau} \right)^2 - \frac{2xm}{r} &= k^2 - 1 + 2xmr \left(\frac{d\varphi}{d\tau} \right)^2, \\ r^2 \frac{d\varphi}{d\tau} &= h, \end{aligned} \right\} \quad (14.10)$$

где e^μ заменено его значением $1 - \frac{2xm}{r}$. Отличие этих уравнений от классических уравнений движения тела в ньютоновском поле состоит в том, что последний член первого уравнения (14.10) отсутствует в нерелятивистских уравнениях и что дифференцирование производится по собственному времени, а не по координатному. Классическими интегралами энергии и момента количества движения будут

$$\left. \begin{aligned} r^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 - \frac{2xm}{r} &= \frac{2E}{m'}, \\ r^2 \dot{\varphi} &= \frac{I}{m''}, \end{aligned} \right\} \quad (14.11)$$

где m' — масса движущегося тела.

Уравнения (14.10) нельзя решить точно. Однако возможно найти такое приближенное решение, в котором первое приближение соответствует классической траектории тела, а второе приближение показывает отклонение решений релятивистских уравнений (14.10) от классических (14.11).

Умножим первое уравнение (14.10) на $\left(\frac{d\tau}{d\varphi} \right)^2$ и подставим значение этого множителя из второго уравнения. Тогда

получим дифференциальное уравнение

$$\left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2 = -(1 - k^2) \frac{r^4}{h^2} + \frac{2xm}{h^2} r^3 - r^2 + 2xmr, \quad (14.12)$$

которое после введения функции $u = \frac{1}{r}$ переходит в

$$\left(\frac{du}{d\varphi}\right)^2 = -\frac{1 - k^2}{h^2} + \frac{2xm}{h^2} u - u^2 + 2xmu^3. \quad (14.13)$$

Дифференцируя по φ , получим отсюда уравнение второго порядка:

$$\frac{d^2u}{d\varphi^2} + u = \frac{xm}{h^2} (1 + 3h^2u^2). \quad (14.14)$$

Отличие этого релятивистского уравнения от соответствующего классического обусловлено вторым членом в круглых скобках, $3h^2u^2$. Согласно (14.9) этот член равен

$$3h^2u^2 = 3 \left(r \frac{d\varphi}{dt} \right)^2; \quad (14.15)$$

другими словами, он приблизительно пропорционален квадрату компоненты скорости, перпендикулярной радиус-вектору. В „релятивистских единицах“ времени, в которых скорость света равна единице, скорость звезд, например, мала по сравнению с единицей. Релятивистский член в уравнении (14.14) является поэтому поправкой высшего порядка.

Решением уравнения

$$\frac{d^2u_0}{d\varphi^2} + u_0 = \frac{xm}{h^2} \quad (14.16)$$

будет

$$u_0 = \frac{xm}{h^2} [1 + \varepsilon \cos(\varphi - \omega)], \quad (14.17)$$

где ε и ω — постоянные интегрирования. ε представляет собой эксцентриситет эллипса, а ω определяет положение перигелия.

Решения уравнений (14.14), которые аппроксимируются эллипсами, являются периодическими. Уравнение (14.13)

каждому значению μ ставит в соответствие два значения $\frac{du}{d\varphi}$, отличающиеся только знаком. Решения будут периодическими, если правая часть уравнения (14.13) имеет два нуля в области положительных значений μ и положительна между этими двумя нулями. В этом случае решение будет осциллировать между этими двумя нулями. Приближенное решение (14.17) имеет период 2π , т. е. представляется замкнутыми орбитами. Периоды точных решений уравнения (14.14) будут, однако, отличаться от 2π малой величиной.

Разложим периодические решения уравнения

$$u'' + u = a(1 + \lambda u^2) \quad (14.18)$$

в ряды Фурье

$$u = a_0 + a_1 \cos \rho\varphi + a_2 \cos 2\rho\varphi + \dots \quad (14.19)$$

Если λ малая постоянная, решение может быть аппроксимировано выражением

$$u_0 = a(1 - \varepsilon \cos \varphi). \quad (14.20)$$

Предположим поэтому, что a_0 в этом приближении равно a , а a_2 и другие коэффициенты, по крайней мере, порядка λ . Иначе говоря, выражение (14.19) мы заменяем рядом

$$u = a + \lambda \beta_0 + a\varepsilon \cos \rho\varphi + \lambda \sum_{v=1}^{\infty} \beta_v \cos v\rho\varphi. \quad (14.21)$$

Подставим это выражение в (14.18), пренебрегая членами второго и высшего порядков относительно λ . Для u'' получим

$$u'' = -\rho^2 \left[a\varepsilon \cos \rho\varphi + \lambda \sum_{v=1}^{\infty} v^2 \beta_v \cos v\rho\varphi \right].$$

Для λu^2 имеем

$$\begin{aligned} \lambda u^2 &\sim \lambda a^2 [1 + 2\varepsilon \cos \rho\varphi + \varepsilon^2 \cos^2 \rho\varphi] = \\ &= \lambda a^2 \left[1 + \frac{\varepsilon^2}{2} + 2\varepsilon \cos \rho\varphi + \frac{\varepsilon^2}{2} \cos 2\rho\varphi \right]. \end{aligned}$$

Уравнение (14.18) поэтому переходит в

$$\left. \begin{aligned} & a + \lambda \beta_0 + a \varepsilon (1 - \rho^2) \cos \rho \varphi - \\ & - \lambda \sum_{n=2}^{\infty} (\nu^2 - 1) \beta_n \cos \nu \rho \varphi \sim \\ & \sim a \left[1 + \lambda a^2 \left(1 + \frac{\varepsilon^2}{2} + 2 \varepsilon \cos \rho \varphi + \frac{\varepsilon^2}{2} \cos 2 \rho \varphi \right) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (14.18a)$$

Приравнивая постоянные члены и коэффициенты при $\cos \rho \varphi$ и при $\cos 2 \rho \varphi$, получим соотношения

$$\left. \begin{aligned} \beta_0 &= a^3 \left(1 + \frac{\varepsilon^2}{2} \right), \\ 1 - \rho^2 &= 2 \lambda a^2, \\ -3 \beta_2 &= +a^3 \frac{\varepsilon^2}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (14.22)$$

Нас интересует только второе соотношение, определяющее ρ . Легко видеть, что ρ мало отличается от единицы:

$$\rho = \sqrt{1 - 2 \lambda a^2} \sim 1 - \lambda a^2. \quad (14.23)$$

Подставляя для λ и a их значения, определяемые (14.14), найдем

$$\rho \sim 1 - 3 \frac{x^2 m^2}{h^2}. \quad (14.24)$$

Угол между двумя последовательными перигелиями поэтому равен

$$\Phi \sim 2\pi \left(1 + 3 \frac{x^2 m^2}{h^2} \right) = 2\pi + 6\pi \frac{x^2 m^2}{h^2}. \quad (14.25)$$

Смещение перигелия планетной орбиты на $6\pi \frac{x^2 m^2}{h^2}$ радиан за время полного оборота может быть наблюдаемо у Меркурия, для которого оно составляет $43''$ в столетие. Предсказываемое и наблюдавшееся значения смещения хорошо согласуются в пределах экспериментальных ошибок астрономических наблюдений.

Специальная теория относительности также предсказывает прецессионный эффект при движении тела в поле с потенциалом $\frac{e^2}{r}$. Однако количественно она дает результат, отличный от полученного в общей теории относительности.

Чтобы убедиться в этом, возвратимся к рассмотренной в главе IX релятивистской трактовке атома водорода, данной Зоммерфельдом. Уравнения (9.27) соответствуют уравнениям (14.7), (14.8) и (14.9) настоящей главы. Их можно записать в виде:

$$\left. \begin{aligned} mc^2 \frac{dt}{d\tau} &= E + \frac{e^2}{r}, \\ r^2 \frac{d\theta}{d\tau} &= h' \end{aligned} \right\} \quad (14.26)$$

$$\left(\frac{dt}{d\tau} \right)^2 - \frac{1}{c^2} \left[\left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2 + r^2 \left(\frac{d\theta}{d\tau} \right)^2 \right] = 1.$$

$\frac{dt}{d\tau}$ в последнем уравнении можно заменить его выражением из первого уравнения, что приводит к уравнению, не содержащему t :

$$\left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2 + r^2 \left(\frac{d\theta}{d\tau} \right)^2 = c^2 \left[\left(\frac{E + \frac{e^2}{r}}{mc^2} \right)^2 - 1 \right]. \quad (14.27)$$

Умножая это уравнение на

$$\left(\frac{d\tau}{d\theta} \right)^2 = \frac{r^4}{h'^2},$$

получим:

$$\left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 = c^2 \frac{r^4}{h'^2} \left[\left(\frac{E + \frac{e^2}{r}}{mc^2} \right)^2 - 1 \right] - r^2. \quad (14.28)$$

Вводя опять новую функцию $u = \frac{1}{r}$, найдем дифференциальное уравнение для u :

$$\left(\frac{du}{d\theta} \right)^2 = \frac{c^2}{h'^2} \left[\left(\frac{E + e^2 u}{mc^2} \right)^2 - 1 \right] - u^2. \quad (14.29)$$

Дифференцирование по θ приводит к уравнению второго порядка

$$\frac{d^2u}{d\theta^2} + \left[1 - \frac{e^4}{m^2 c^2 h'^2} \right] u = \frac{e^2 E}{m^2 h'^2 c^2}, \quad (14.30)$$

которое имеет следующие решения:

$$u = \frac{e^2 E}{m^2 h'^2 c^2} \left\{ 1 + \varepsilon \cos \left[\sqrt{1 - \frac{e^4}{m^2 c^2 h'^2}} (\theta - \omega) \right] \right\} \sim \\ \sim \frac{e^2 E}{m^2 h'^2 c^2} \left\{ 1 + \varepsilon \cos \left[\left(1 - \frac{e^4}{2m^2 c^2 h'^2} \right) (\theta - \omega) \right] \right\}. \quad (14.31)$$

Отсюда получаем величину смещения перигелия за один период

$$\delta\omega \sim \frac{\pi e^4}{m^2 c^2 h'^2}. \quad (14.32)$$

Чтобы сравнить это выражение с (14.24), нужно заменить e^2 (коэффициент кулоновского взаимодействия) на $km\tau'$ (коэффициент гравитационного взаимодействия в законе Ньютона).

Далее, постоянную h' нужно положить равной $\frac{h}{c}$ [h — постоянная, фигурирующая в уравнении (14.24)], так как τ в уравнении (14.25) измеряется в метрических единицах. Таким образом, вместо (14.32) получаем

$$\delta\omega \sim \pi \frac{x^2 m^2}{h^2}, \quad (14.32a)$$

т. е. смещение, в шесть раз меньшее, чем в общей теории относительности.

Отклонение света в шварцшильдовском поле. Световые лучи распространяются вдоль нулевых геодезических мировых линий. Эти линии уже не являются решениями, соответствующими вариационному принципу, так как для нулевых линий вариация подинтегрального выражения $\sqrt{g_{xx} \xi' \xi''}$ в (5.93) не является линейной функцией вариаций $\delta\xi'$ и $\delta\xi''$. Однако эти нулевые линии таковы, что вектор

их касательной имеет ковариантную производную в направлении самой касательной, равную нулю. Таким свойством обладают также и ненулевые геодезические линии, поэтому оно может быть использовано для общего определения и нулевых и ненулевых геодезических линий. В плоской метрике и в лорентцовой системе координат нулевые геодезические линии являются „прямыми“ нулевыми линиями, т. е. ξ^1, ξ^2, ξ^3 являются линейными функциями ξ^4 .

Для нулевых линий вектор касательной равен нулю, поэтому величина его не может быть нормирована. В связи с этим параметр t , которым мы пользовались до сих пор, нужно заменить параметром s , остающимся до некоторой степени неопределенным. Тогда дифференциальные уравнения геодезических линий примут вид:

$$\frac{d^2\xi^\mu}{ds^2} + \left\{ \begin{matrix} \mu \\ \rho\sigma \end{matrix} \right\} \frac{d\xi^\rho}{ds} \frac{d\xi^\sigma}{ds} = 0, \quad g_{\rho\sigma} \frac{d\xi^\rho}{ds} \frac{d\xi^\sigma}{ds} = 0. \quad (14.3a)$$

Если метрика соответствует полю Шварцшильда, эти уравнения совпадают по форме с уравнениями (14.6), с той только разницей, что t всюду заменено на s . Первые интегралы (14.7), (14.8) и (14.9) сохраняют свой вид, только в (14.7) правая часть должна теперь равняться нулю, а не единице:

$$\left. \begin{aligned} e^\mu \left(\frac{dt}{ds} \right)^2 - e^{-\mu} \left(\frac{dr}{ds} \right)^2 - r^2 \left(\frac{d\varphi}{ds} \right)^2 &= 0, \\ e^\mu \frac{dt}{ds} &= k, \\ r^2 \frac{d\varphi}{ds} &= h. \end{aligned} \right\} \quad (14.33)$$

Соединяя эти три уравнения в одно с помощью примененного выше метода, получим соотношение, связывающее r и φ :

$$\left(\frac{dr}{d\varphi} \right)^2 = \frac{k^2}{h^2} r^4 - r^2 \left(1 - \frac{2xm}{r} \right). \quad (14.34)$$

Вводя снова переменную u , найдем:

$$\left(\frac{du}{d\varphi} \right)^2 = \frac{k^2}{h^2} - u^2 + 2xmu^3. \quad (14.35)$$

Последний член справа учитывает влияние гравитационного поля на траекторию светового луча. Решениями уравнения

$$\left(\frac{du_0}{d\varphi}\right)^2 = \frac{k^2}{h^2} - u_0^2$$

будут

$$u_0 = \frac{1}{R} \cos(\varphi - \varphi_0), \quad R = \frac{h}{k}, \quad (14.36)$$

где R — расстояние светового луча от начала координат, а φ_0 — постоянная интегрирования.

Угловое расстояние между двумя нулями функции u (т. е. угол между двумя асимптотами траектории светового луча) равно π . Пусть $u(\varphi)$ является решением уравнения (14.35). Тогда нас интересует отклонение углового расстояния между двумя нулями $u(\varphi)$ от π . Оно равно удвоенному отклонению от $\frac{\pi}{2}$ углового расстояния между максимумом u , \bar{u} , и ближайшим к $\frac{\pi}{2}$ нулем. \bar{u} определяется из уравнения

$$0 = \frac{x^2}{h^2} - \bar{u}^2 + 2xm\bar{u}^3. \quad (14.37)$$

Вычитая это уравнение из (14.35), получим:

$$\left(\frac{du}{d\varphi}\right)^2 = (\bar{u}^2 - u^2) - 2xm(\bar{u}^3 - u^3), \quad (14.38)$$

откуда

$$\frac{d\varphi}{du} = [(\bar{u}^2 - u^2) - 2xm(\bar{u}^3 - u^3)]^{-1/2} \quad (14.39)$$

Угловое расстояние между максимумом u и ближайшим нулем равно интегралу правой части (14.39), взятому от $u=0$ до $u=\bar{u}$. Этот интеграл не может быть вычислен в замкнутом виде. Однако нам известно, что такой же интеграл от правой части уравнения

$$\frac{d\varphi}{du_0} = (\bar{u}_0^2 - u_0^2)^{-1/2} \quad (14.40)$$

равен $\frac{\pi}{2}$. Отклонение первого интеграла от $\frac{\pi}{2}$ поэтому равно

$$\frac{1}{2} \delta\varphi = \int_{u=0}^{\bar{u}} \left\{ [(\bar{u}^2 - u^2) - 2xm (\bar{u}^3 - u^3)]^{-1/2} - \right. \\ \left. - \bar{u}^2 - u^2 \right\}^{-1/2} du. \quad (14.41)$$

Так как мы считаем, что релятивистский член (зависящий от m) мал в сравнении с классическим, выражение $[f(x + \varepsilon) - f(x)]$ можно заменить через $\varepsilon f'(x)$. В результате получим интеграл

$$\frac{1}{2} \delta\varphi \sim \int_{u=0}^{\bar{u}} \frac{xm (\bar{u}^3 - u^3)}{(\bar{u}^2 - u^2)^{3/2}} du, \quad (14.42)$$

вычисление которого дает

$$\left. \begin{aligned} & \int_{u=0}^{\bar{u}} \frac{xm (\bar{u}^3 - u^3)}{(\bar{u}^2 - u^2)^{3/2}} du = xm \bar{u} \int_{x=0}^1 \frac{1 - x^3}{(1 - x^2)^{3/2}} dx = \\ & = xm \bar{u} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \frac{1 - \sin^3 \theta}{\cos^3 \theta} d(\sin \theta) = xm \bar{u} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \frac{1 - \sin^3 \theta}{\cos^2 \theta} d\theta = \\ & = xm \bar{u} [\operatorname{tg} \theta - \cos \theta - \cos^{-1} \theta] \Big|_{\theta=0}^{\pi/2} = \underline{2xm \bar{u}}. \end{aligned} \right\} \quad (14.43)$$

Поэтому полное отклонение от π углового расстояния между двумя последовательными нулями функции u равно

$$\delta\varphi \sim 4xm \bar{u} \sim \frac{4xm}{R}. \quad (14.44)$$

Отклонение светового луча, проходящего около тела большой массы, может наблюдаться во время затмения Солнца, когда становятся видимыми звезды, находящиеся в непосредственной близости от его диска. Величина отклонения, даваемая теорией, не превышает $1.75''$, что лишь незначи-

тельно выходит за пределы экспериментальных ошибок. Поэтому количественное согласие теории с экспериментальными данными не может иметь особого значения.

Гравитационное смещение спектральных линий. Несооднородность окружающего гравитационного поля не оказывается на внутренних силах изолированного атома. Частота фотона, испускаемого таким атомом при переходе из одного квантового состояния в другое, измеренная в единицах собственного времени атома, также не будет зависеть от окружающего гравитационного поля. Рассмотрим атомы, образующие внешний (газообразный) слой раскаленной звезды. Атомы, излучающие соответствующие им спектральные линии, движутся в гравитационном поле звезды, причем их скорости распределены беспорядочно. Средняя частота излучения соответствует излучению атома, покоящегося в данный момент относительно звезды.

Гравитационное поле звезды описывается в системе координат, в которой единицы координатного времени и собственного времени не совпадают. Собственная частота колебательного процесса в атоме равна числу колебаний в единицу собственного времени,

$$\gamma_0 = \frac{dN}{dt}, \quad (14.45)$$

а координатная частота — числу колебаний в единицу координатного времени,

$$\nu = \frac{dN}{d\tau}. \quad (14.46)$$

Обе эти частоты связаны между собой соотношением

$$\frac{dN}{d\tau} = \frac{dN}{dt} \cdot \frac{dt}{d\tau} = \frac{dN}{dt} \sqrt{g_{44} \frac{d\tau}{d\tau}}. \quad (14.47)$$

В системе координат, в которой звезда покоятся, а средняя скорость атомов внешнего слоя равна нулю, выражение (14.47) для средней частоты переходит в

$$\nu = \sqrt{g_{44}} \gamma_0. \quad (14.48)$$

Это обусловлено тем, что три дифференциальных выражения $\frac{d\xi^3}{d\xi^4}$ обращаются в нуль.

Координатная частота ν — это частота, измеряемая наблюдателем, покоящимся относительно звезды и находящимся на столь большом расстоянии от нее, что в месте его нахождения g_{44} равно единице. Благодаря статическому характеру поля Шварцшильда координатное время, необходимое для прохождения светового сигнала от поверхности звезды до наблюдателя, постоянно. Поэтому наблюдатель будет получать периодические сигналы с той же координатной частотой, с которой они были излучены с поверхности звезды.

Если радиус звезды равен R , а масса m , значение g_{44} на поверхности звезды равно $\left(1 - 2 \frac{xm}{R}\right)$, и уравнение (14.48) принимает вид

$$\nu = \sqrt{1 - 2 \frac{xm}{R}} \nu_0 \sim \left(1 - \frac{xm}{R}\right) \nu_0. \quad (14.49)$$

„Гравитационное смещение“ спектральных линий поэтому будет определяться уравнением

$$\delta\nu \sim -\frac{xm}{R} \nu_0. \quad (14.50)$$

Для Солнца это смещение едва заметно, и, повидимому, согласуется с (14.47). Но для спутника Сириуса, который является чрезвычайно плотной звездой („белым карликом“), красное смещение примерно в 30 раз больше, чем для Солнца. И в этом случае согласие теории и эксперимента удовлетворительное.