

Условие на бесконечности требует обращения потенциала  $\varphi$  в нуль и  $g_{00}$  в 1:  $\varphi \rightarrow 0$ ,  $g_{00} \rightarrow 1$  при  $|x^\alpha| \rightarrow \infty$ . Поэтому

$$g_{00} = 1 + 2\varphi. \quad (12)$$

Так как значение  $g_{00} = 1$  соответствует метрике Минковского, которая, конечно, реализуется вдали от тел, создающих ГП, причем все  $g_{ik} = \eta_{ik}$ , то потенциал  $\varphi$  характеризует отклонение метрики от плоской. Того же масштаба оказываются и остальные компоненты  $h_{ik}$  в (10).

### 1.5. Масштаб эффектов ОТО

Итак, в слабых полях всегда можно выбрать координаты так, что  $g_{ik} = \eta_{ik} + h_{ik}$  и все  $h_{ik} \sim \varphi$ . Гравитационный потенциал  $\varphi$  будет характеризовать отклонение метрики пространства-времени от метрики Минковского.

Рассмотрим какие значения имеет величина  $\varphi$  в астрономии. Потенциал  $\varphi$  в системе единиц, где  $c = 1$ , связан с потенциалом в системе СГСЭ равенством

$$(\varphi)_{c=1} = \left( \frac{\varphi}{c^2} \right)_{\text{СГСЭ}}.$$

Напомним, что энергия гравитационного взаимодействия двух масс

$$\mathcal{E} = - \frac{G\pi M}{r}, \quad (13)$$

где  $G$  — ньютоновская постоянная. Для перехода к системе  $c = 1$  нужно поделить  $\varphi$  на  $c^2$ . Из формулы (13) следует, что отношение  $\frac{\mathcal{E}}{mc^2} = - \frac{GM}{rc^2} = \frac{\varphi}{c^2}$  есть безразмерная величина. Таким образом,

$$g_{00} = 1 - \frac{2GM}{rc^2} = 1 - \frac{r_g}{r}, \quad (14)$$

где величина

$$r_g = \frac{2GM}{c^2} \quad (15)$$

носит название гравитационного радиуса тела массой  $M$ . Можно ввести систему единиц, в которой не только  $c = 1$ , но и  $G = 1$ . В такой системе единицы  $r_g = 2M$ .

Величина  $r_g$  определяет, так сказать, масштаб "вздутия", которое тело образовало в пространстве-времени. На бесконечности в силу краевых условий метрика, порождаемая массивным телом, стремится к  $\eta_{ik}$  и пространство-время становится псевдоевклидовым. Если мы находимся в области около вздутия, на расстоянии порядка  $r$  от массивного тела, то безразмерный параметр,

характеризующий отклонение метрики пространства-времени от метрики Минковского, есть  $\frac{r_g}{r}$ . Мы поместили  $r$  в знаменателе, исходя из того, что эффекты неевклидовости уменьшаются, когда  $r \rightarrow \infty$ . Ниже мы увидим, что параметр  $\frac{r_g}{r}$  имеет геометрический смысл. Масштаб эффектов ОТО непосредственно определяется этим параметром. Например: в ньютоновской теории гироскоп, помещенный на спутнике, вращающемся вокруг Земли, сохраняет направление своей оси. В ОТО из-за искривленности пространства-времени ось гироскопа повернется после полного оборота вокруг Земли на угол  $\varphi \sim \frac{r_g}{r}$ . Этот же параметр определяет отклонение света от прямолинейного распространения в поле Солнца (угол отклонения равен  $\alpha = 2 \frac{r_g}{r}$ ) и поворот перигелия планеты (в ньютоновской теории орбиты замкнуты и поворот отсутствует).

Найдем численные значения параметра  $\frac{r_g}{r}$  для Солнца и Земли. Массы и радиусы этих тел соответственно равны

$$M_{\odot} = 1,99 \cdot 10^{33} \text{ г}, \quad R_{\odot} = 6,96 \cdot 10^{10} \text{ см};$$

$$M_{\oplus} = 5,98 \cdot 10^{27} \text{ г}, \quad R_{\oplus} = 6,38 \cdot 10^8 \text{ см},$$

поэтому

$$\left(\frac{r_g}{r}\right)_{\odot} = 2,95 \text{ км}, \quad \left(\frac{\varphi}{c^2}\right)_{\odot} = 0,212 \cdot 10^{-5};$$

$$\left(\frac{r_g}{r}\right)_{\oplus} = 0,886 \text{ см}, \quad \left(\frac{\varphi}{c^2}\right)_{\oplus} = 0,695 \cdot 10^{-9}.$$

Отсюда видно, что эффекты малы даже на краю Солнца. Если речь идет об эффектах угловых смещений, то  $\varphi/c^2$  прямо определяет масштаб характерного угла в радианах. В градусной мере соответствующий угол составляет  $0,437''$ . Видно, что эффекты в принципе измеримы, и, действительно, некоторые из них измерены (об этом речь пойдет ниже). Несмотря на то что для Земли ситуация на четыре порядка хуже, по-видимому, опыт с гироскопом на спутнике Земли возможен и он готовится, впрочем, эта подготовка ведется уже 20 лет.

Где же эффекты искривления пространства-времени велики? Для этого нужны либо очень большие массы, либо очень плотная упаковка материи. Вселенная в целом обладает достаточно большой массой и видимый размер Вселенной порядка ее гравитационного радиуса. Поэтому геометрия Вселенной в целом полностью неевклидова. Другая возможность наблюдать большие эффекты ОТО — так называемые "черные дыры", т.е. звезды, размер которых меньше  $r_g$ . Возможно, что такие объекты, обладающие очень необычными свойствами, действительно существуют в природе.