зависит, вообще говоря, от направления, но не меняется при изменении направления на противоположное, т.е. $\vec{v}(\vec{r},\vec{n}) = \vec{v}(\vec{r},-\vec{n})$, где $\vec{n}$ – единичный вектор в x^{α}-системе. От времени скорость v не зависит. Это сразу видно из уравнения для скорости

$$v^{\alpha} = \frac{dx^{\alpha}}{dt} = v n^{\alpha},$$

имеющего вид

$$g_{00}dt^2 + g_{\alpha\beta}n^{\alpha}n^{\beta}v^2dt^2 = 0, \quad v = \sqrt{\frac{g_{00}}{(-g_{\alpha\beta})n^{\alpha}n^{\beta}}}.$$

При таких свойствах v путь распространения сигнала из A в B и из B в A одинаков и не зависит от t, а время распространения сигнала из A в B и назад одинаково во времени t. Следовательно, если мы посылаем сигнал из A в B, а потом из B в A, то время его прибытия в B синхронно во времени t с серединой интервала между посылкой и возвращением сигнала в A. Середину интервала можно определить с помощью стандартных часов в A. Таким образом, можно построить сетку одномоментных событий во всем пространстве. Для того чтобы интервалы такой сетки Δt были равны временному интервалу Δs стандартных часов ("секунда"), часы, задающие счет, нужно вынести из поля так, чтобы ошибка, вносимая красным смещением, была меньше требуемой точности.

4.4. Наглядная интерпретация эффекта красного смещения

Формулировка ПЭ, данная нами в разд. 2, отличается от той, которую дал Эйнштейн. Он хотел избавиться от выделенности инерциальных систем отсчета, и ПЭ у Эйнштейна – утверждение об эквивалентности всех систем отсчета, как инерциальных, так и неинерциальных, понимаемое как утверждение, что законы природы должны иметь одинаковый вид во всех системах отсчета. Уравнения ОТО действительно так сформулированы, что ими можно пользоваться в любой системе отсчета (локально). Конечно, на самом деле в целом эквивалентности систем отсчета нет. Класс L-систем явно физически выделен, так же как локально выделены геодезические системы координат на поверхности. Фактически мы очень широко пользуемся именно такими системами. Например, когда мы решаем уравнения Эйнштейна для Солнечной системы, то мы вводим систему отсчета, связанную с центром масс Солнца и планет, и говорим, что $g_{ik} \to \eta_{ik}$ "на бесконечности". В действительности, Солнечная система движется в поле Галактики, вообще говоря, неоднородном, и на бесконечность уйти нельзя. Однако для расстояний r таких, что $r_g \ll r \ll l$, где

r_g — гравитационный радиус Солнца, а l — среднее расстояние между звездами в Галактике, система, связанная с центром масс Солнца и планет, становится локально инерциальной, в ней действительно $g_{ik} \to \eta_{ik}$ и мы можем при таких r ставить условия на бесконечности.

Посмотрим, с какой точностью можно убрать поле Галактики для планетной системы звезды (конкретно Солнца). Будем считать, что все звезды имеют одинаковую массу M, тогда средняя плотность материи $\sim M/R^3$, где R — среднее расстояние между звездами в Галактике, и потенциал $\varphi \sim \frac{M}{R^3} r^2$ (где r — расстояние от центра Галактики, которую мы для простоты считаем сферической). После перехода в L-систему, связанную с центром масс Солнца и планет, остается член порядка $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} \sim \frac{M}{R^3} a^2$, где a — размер планетной системы. Это надо сравнить с собственным потенциалом Солнца $\varphi \sim \frac{M}{a}$. Отношение этих величин равно $(a/R)^3$. В Галактике $R \sim 10^6$ а.е., размер Солнечной системы (орбита Плутона) $\sim 10^2$ а.е. Таким образом, точность, с какой систему Солнце-планеты можно считать L-системой, равна 10^{-12}.

Было бы хорошо научиться решать задачи непосредственно в неинерциальных системах отсчета, но пока этого никто не умеет делать. Тем не менее, узкое утверждение о том, что сами уравнения законов природы должны иметь одинаковый во всех системах отсчета вид, в ОТО выполняется.

Если в пространстве Минковского мы переходим к системе отсчета, движущейся ускоренно или вращающейся относительно инерциальной системы, то $g_{ik} \neq \eta_{ik}$. Эйнштейн очень настаивал на том, что такие g_{ik} можно рассматривать не обязательно как проявление ускорения, а и как гравитационное поле. Полной равноправности, конечно, тоже нет. В реальном гравитационном поле тензор $R_{iklm} \neq 0$ и, значит, нетрудно отличить "поле", созданное переходом к неинерциальной системе, от истинного ГП. Могут быть, однако, эффекты, определяемые непосредственно g_{ik}, в частности, величиной g_{00}. Здесь, как мы увидим, неинерциальные системы отсчета и реальное поле тяготения эквивалентны. При этом можно, как это делал Эйнштейн, когда у него еще не было точных уравнений ГП, вычислять эффект в инерциальной системе, выразить через g_{ik} возникающие при переходе в инерциальную систему формулы, а затем перенести их на случай истинного ГП. При этом, конечно, надо соблюдать некоторую осторожность, так как поля не совсем эквивалентны и можно что-нибудь потерять.

Рассмотрим в качестве примера использования такого метода вывод формулы красного смещения из ранней работы Эйнштейна. Пусть система отсчета К движется по оси x с ускорением a. При $t=0$ $v=0$. Предполагается, что поля гравитации нет. Свободное тело движется относительно К с ускорением $-a$. Согласно нерелятивистскому приближению к ОТО

$$-\vec{a} = -\operatorname{grad} \varphi \tag{118}$$

или

$$\varphi = \vec{a}\vec{r} \tag{119}$$

и разность потенциалов между двумя точками А и В есть $\varphi_A-\varphi_B=ah$, где h – расстояние между точками. Пусть наблюдатель в В регистрирует волну, излученную в А. Пока волна пробежит расстояние АВ, пройдет время h (полагаем $c=1$). За это время точка В приобретет скорость $v=ah$ и за счет допплеровского эффекта наблюдаемая частота возрастет:

$$\frac{\nu_B}{\nu_A} = 1+v = 1+ah = 1+(\varphi_A-\varphi_B) \; . \tag{120}$$

Таким образом, мы снова, независимым способом, получили (для слабых полей) формулу красного смещения, так как формула (120) тождественна полученной ранее формуле для частот

$$\frac{\nu_B}{\nu_A} = \sqrt{\frac{g_{00}(B)}{g_{00}(A)}} \; , \tag{121}$$

если в последней перейти к приближению слабого поля.

Из изложенного выше следует, что в системе К $g_{00}=1+2ax$. Как мы знаем, формула (121) получается, если $g_{0\alpha}=0$ (условие стационарности метрики). Таким образом, исходя из принципа соответствия, приходим к тому, что метрика в К имеет вид

$$ds^2=(1+2ax)\,dt^2-d\vec{r}^{\,2} \tag{122}$$

(мы не умеем находить с той же точностью неевклидовы добавки к $g_{\alpha\beta}$).

Рассмотрим, с помощью какого преобразования координат можно прийти к виду метрики (122). В покоящейся системе

$$ds^2=dt^2-dx'^2 \tag{123}$$

(для простоты полагаем $y=z=0$). Очевидно, $x'=x+\frac{at^2}{2}$, тогда $dx'=dx+at\,dt$. Из (123) следует, что $ds^2=(1-a^2t^2)dt^2-2at\,dx'dt-dx'^2$.

Теперь нужно каким-то преобразованием убрать $g_{0x'}$-член, нарушающий условие стационарности. Очевидно, что для этого нужно ввести другое "время": $t'=f(x')t$. Тогда при малых ax легко получить, что условие $g_{0x'}=0$ дает $f=1-ax'$ и интервал принимает вид (122). Действительно, при малых a можно ограничиться в преобразованиях членами, линейными по a, разлагая по параметрам $ax\ll 1$ и $at\ll 1$ и считая, что f мало отличается от единицы. Тогда имеем:

$$dt'=f\,dt+t\,df=f\,dt+tf'dx' \; ;$$

$$dt'^2=f^2dt^2+2ff'dx'dt+(ft)^2dx'^2 \; .$$

Определяя отсюда dt^2 и подставляя в выражение для интервала, находим, что член $dx'dt$ исчезает при $f'=-a$ и $f=1-ax'$.