Итак, относительные сдвиги частот (измеренные в собственном времени!) составляют величину порядка 10^{-80}, поэтому когда мы, рассматривая красное смещение, полагаем, что частоты, измеренные в собственном времени, не меняются, то точность этого утверждения очень высока.

Полученная оценка близка к оценке Эддингтона [5]. Его рассуждения таковы. Изменение частоты в собственном времени связано с тем, что пространство не является плоским. Мерой этого является скаляр $R^{iklm} R_{iklm}$. "Вряд ли может войти еще какая-нибудь величина, кроме a, характеризующая атом..." . Отсюда из соображений размерности следует, что безразмерный параметр, характеризующий изменение частоты, есть

$$R^{iklm} R_{iklm}\, a^4 = \left(\frac{Ma^2}{R^3}\right)^2 \sim 10^{-88} \quad . \qquad (134)$$

Неточность рассуждения в том, что на самом деле эффект – не чисто геометрический; существенно еще, насколько "жестки" часы. Это свойство характеризует в нашем случае параметр α. Заранее не известно, в какой степени он войдет, и чем он меньше, тем больше разница в оценках. Рассуждение Эддингтона, разумеется, правильно отражает основную роль величины $R^{iklm}R_{iklm}$. Заметим, что для выстроенного атома с неизотропным распределением момента формула (134) вообще не годится.

4.6. Искривление луча света в гравитационном поле

Полученный в разд. 3.3 вид метрики (80) для случая слабого поля позволяет просто вычислить другой наблюдаемый эффект ОТО – отклонение луча света от прямолинейного распространения в поле массивного тела. Вычисления будем проводить, считая параметр $\frac{r_g}{r} \ll 1$. Тогда уравнение движения луча света $ds^2 = 0$ приводит в силу (80) к выражению для координатной скорости луча:

$$v = \frac{dl}{dt} = 1 - \frac{r_g}{r} \quad . \qquad (135)$$

Хотя t и l не являются обычным временем и расстоянием, можно формально решать задачу об изменении направления луча в среде с зависящей от координаты скоростью. Решение в оптике хорошо известно. Воспользуемся принципом Гюйгенса. Пусть A_1, A_2, ... – положение волнового фронта в момент времени t (рис. 5). По определению, линия фронта нормальна к направлению луча света. Предположим также, что плоскость рисунка есть плоскость симметрии, тогда луч всегда остается в этой плоскости. Через интервал времени Δt волна из A_n имеет радиус $R_n = v_n \Delta t$ и положение волнового фронта определяется касательной $A'_1 \dots A'_n$. Угол поворота волнового фронта $\Delta\alpha$, или, что то же самое, угол поворота луча

$$\Delta\alpha = -\frac{(v_1 - v_n)}{A_1A_n}\Delta t = -\frac{\partial v}{\partial n}\Delta t \;,$$

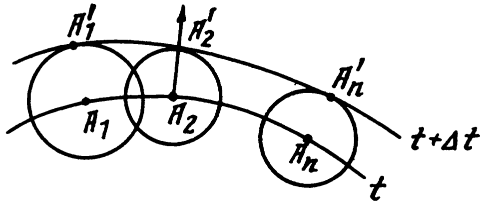

Рис. 5

где производная берется по нормали к лучу (т.е. по фронту) и угол отсчитывается от луча к нормали. Поскольку $\Delta t = \frac{\Delta S}{v}$, где ΔS – расстояние, пройденное по лучу, то

$$\frac{\partial\alpha}{\partial S} = -\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial n} \quad . \tag{136}$$

Пусть луч света был направлен вначале по оси x, и мы хотим вычислить его отклонение. Считая $v \sim 1$, из (129) имеем:

$$\delta\alpha = \int_{-\infty}^{\infty} r_g \left(\frac{d}{dz}\frac{1}{\sqrt{z^2+x^2}}\right) dx = -r_g \int_{-\infty}^{\infty} \frac{z\,dx}{(z^2+x^2)^{3/2}} = -\frac{2r_g}{z} \, . \tag{137}$$

Отсюда с той же точностью

$$\delta\alpha = -\frac{2r_g}{r} \quad . \tag{138}$$

В Солнечной системе этот эффект крайне мал. Даже на краю Солнца $\frac{r_g}{r} \approx 2 \cdot 10^{-6}$, что соответствует $\delta\alpha \approx 1{,}75''$. Вдали от Солнца эта цифра еще меньше. Именно этот факт позволяет нам построить ньютоновскую механику в плоском пространстве: лучи света почти прямые, и астрономы, используя их, методом триангуляции строят, не сталкиваясь с противоречиями, евклидово пространство, в котором движутся планеты, спутники и т.д. При этом последние в основном "чувствуют" Γ^α_{00}-компоненту потенциала, которая есть ньютоновская величина $\nabla\varphi$. Это происходит потому, что планеты связаны полем тяготения и для них имеет место теорема вириала $v^2 \sim \varphi$. Таким образом, члены типа $\Gamma^\alpha_{\beta\gamma} v^\beta v^\gamma$ имеют порядок $\frac{r_g^2}{r^3}$ и пренебрежение ими есть разложение по малому параметру $\frac{r_g}{r}$.

4.7. Запаздывание сигналов в поле Солнца

Рассмотрим эффект запаздывания сигналов в поле Солнца, тесно связанный с эффектом отклонения луча в поле массивного тела. Пусть с Земли посы-