составляющую скорости в противоположном направлении, должен иметь скорость меньшую, чем c. Так как оказалось, что при одинаковых расстояниях между счетчиками и пунктом аннигиляции оба γ-кванта достигают счетчиков в одно и то же время, то это доказывает, что и при движущемся источнике оба γ-кванта распространяются с одинаковой скоростью».

Измерение длины объекта перпендикулярно к направлению относительной скорости. Согласно преобразованию Лоренца

$$y' = y, \quad z' = z. \tag{22}$$

Эти соотношения равносильны утверждению, что результат измерения длины, например, метровой линейки не зависит от ее скорости, *если* метровая линейка движется перпендикулярно к своей длине.

Как мы могли бы экспериментально проверить это утверждение? Мы можем взять метровую линейку и двигать ее с постоянной скоростью мимо другой, неподвижной метровой линейки. Нетрудно точно совместить начальные метки обеих метровых линеек. Тогда так же совместятся и метки «1 метр» на каждой линейке, или если при движении изменяется длина, то мы можем сделать на более длинной линейке риску, соответствующую метке «1 метр» на более короткой линейке. Эта операция дает объективный физический способ регистрации длины.

Пусть S — система отсчета, неподвижная относительно одной метровой линейки, а S'— система отсчета, неподвижная относительно другой. Предположим, что движение изменяет кажущуюся длину. Тогда, если физические законы должны оставаться одинаковыми как для наблюдателя в системе S, так и для наблюдателя в системе S', то линейка, которая казалась более короткой наблюдателю в системе S, обязательно должна казаться более длинной наблюдателю в системе S'. Но это обращение ролей несовместимо с нашим физическим способом однозначной регистрации факта, что одна метровая линейка короче другой. Следовательно, длины, определенные и в системе S и в системе S', должны быть равны. Смысл этого рассуждения главным образом заключается в подтверждении уравнения (22).

11.2. Сокращение длины

Представим себе линейку, лежащую вдоль оси x и неподвижную относительно системы отсчета S. Если линейка неподвижна, то в этой системе отсчета S координаты ее концов x_1 и x_2 не зависят от времени t. Следовательно, величина

$$L_0 = x_2 - x_1 \tag{23}$$

представляет собой *длину покоя* линейки.

Теперь будем рассматривать эту линейку в системе отсчета S', движущейся со скоростью $V\hat{\mathbf{x}}$ относительно системы S, в которой линейка неподвижна. Для измерения длины линейки в системе S' мы определяем координаты точек x_1' и x_2', совпадающих в данный

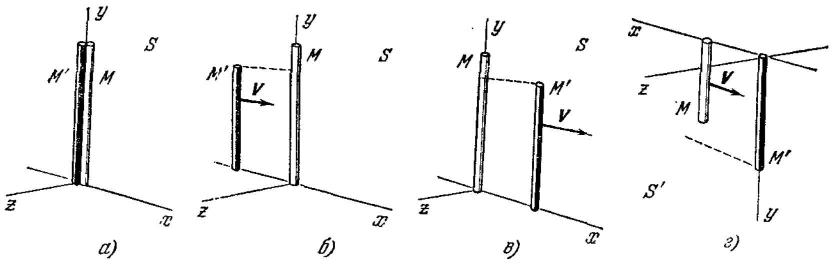

Рис. 11.11. *а*) Предположим, что имеются две одинаковые линейки M и M', неподвижные в системе отсчета S. *б*) Предположим, что наблюдателю в системе S кажется короче линейка M', движущаяся относительно S. *в*) Тогда мы можем сделать так, чтобы конец линейки M', проходя мимо линейки M, нанес на ней риску. *г*) Риска является физическим результатом опыта, и она должна быть наблюдаемой в другой системе отсчета, т. е. в той системе отсчета (изображенной в перевернутом виде), в которой неподвижна линейка M'. Но теперь линейка M должна казаться короче, чем M', потому что линейка M движется, а линейка M' неподвижна.

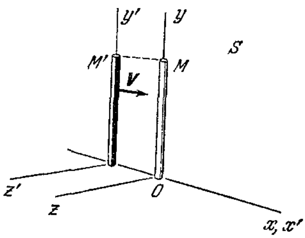

Рис. 11.12. Итак, мы пришли к противоречию, которое разрешимо только в том случае, если линейки M и M' имеют одинаковую длину, даже когда одна из них движется. Следовательно, $y'=y$. Аналогичное рассуждение приведет к равенству $z'=z$.

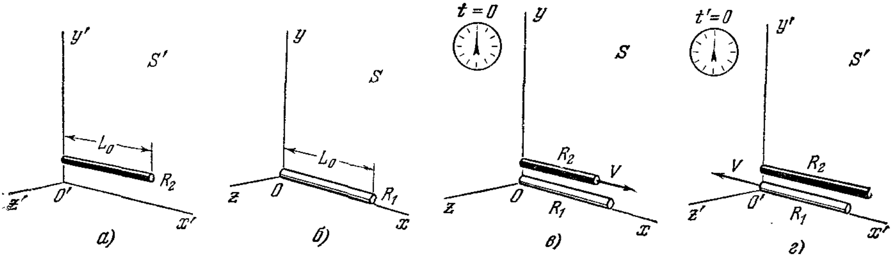

Рис. 11.13. *а*) Рассмотрим твердую линейку R_2 с длиной L_0, измеренной в системе отсчета S', относительно которой она неподвижна. *б*) Такая же твердая линейка R_1 неподвижна в системе отсчета S и имеет в ней длину L_0. *в*) Преобразование Лоренца говорит нам, что длина линейки R_2, измеренная в системе S, равна $L=L_0\sqrt{1-V^2/c^2}$. Это и есть общеизвестное лоренцево сокращение размеров движущихся тел. *г*) В системе S' неподвижна линейка R_2, а R_1 имеет скорость V. В системе S' сокращается размер линейки R_1.

момент t' с концами линейки. Естественно определить длину линейки L в движущейся системе отсчета S' как расстояние между точками x'_1 и x'_2, которые *одновременно* (в системе отсчета S') совпадают с конечными точками линейки:

$$L = x'_2(t') - x'_1(t'). \tag{24}$$

На основании преобразования Лоренца (15) получаем

$$x_2 = x'_2(t')\gamma + ct'\beta\gamma, \quad x_1 = x'_1(t')\gamma + ct'\beta\gamma, \tag{25}$$

$$x_2 - x_1 = L_0 = [x'_2(t') - x'_1(t')]\gamma = L\gamma. \tag{26}$$

Таким образом,

$$\boxed{L = \frac{L_0}{\gamma} = L_0(1-\beta^2)^{1/2}.} \tag{27}$$

При этом мы пользуемся нашим определением γ: $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$. Это отношение длин представляет собой лоренц-фитцджеральдово сокращение размера линейки, движущейся параллельно своей длине.

Для изучения внешнего вида быстро движущихся предметов, сфотографированных с помощью фотокамеры, следует обратиться к отличному обзору Вайскопфа *). Например, посредством расчета траекторий там показано, что движущийся шар будет выглядеть на фотографии как шар, а не как эллипсоид.

Мы видели, что существует различие между случаями, когда метровая линейка расположена вдоль оси y и когда метровая линейка расположена вдоль оси x: формулы (22) отличаются от формулы (27). Когда метровая линейка расположена вдоль оси y, то нас не должны беспокоить вопросы об одновременности при сравнении длин движущейся и неподвижной метровых линеек. Если же метровая линейка расположена вдоль оси x, то вопрос об одновременности приобретает важное значение.

Это можно иллюстрировать другим примером. Мы легко можем синхронизировать ряд часов в системе S, т. е. в системе отсчета, относительно которой метровая линейка неподвижна. Пусть часы, находящиеся в точке $x=0$, и часы, находящиеся в точке $x=L_0$ (на обоих концах метровой линейки), испускают в момент $t=0$ по световому импульсу, направленному параллельно оси y. Пусть эти импульсы принимаются в системе отсчета S' двумя из ряда счетчиков, расположенных параллельно оси x'. На каком расстоянии друг от друга находятся два счетчика, которые зарегистрировали импульсы? Из уравнений (14) получаем значения координат обоих счетчиков:

$$x'_1 = 0\cdot\gamma - c\cdot 0\cdot\beta\gamma = 0, \tag{28}$$

$$x'_2 = L_0\gamma - c\cdot 0\cdot\beta\gamma = L_0\gamma, \tag{29}$$

*) V. F. Weisskopf, Physics Today 13, IX, 24—27 (1960).

так что расстояние между ними равно

$$x_2' - x_1' = L_0\gamma = \frac{L_0}{(1-\beta^2)^{1/2}}. \tag{30}$$

Это не соответствует формуле (27)! *Мы проделали другой опыт* и получили другой результат. Наш прежний опыт основывался на естественном определении длины в системе S' при условии одновременности в этой же системе S'. В первом опыте производилось сравнение $\Delta x'$ с Δx, когда $\Delta t'=0$, а во втором опыте производилось сравнение $\Delta x'$ с Δx, когда $\Delta t=0$.

Из результата (30) второго опыта мы узнали косвенным путем, что два события, одновременные в системе S, в общем случае не одновременны в системе S'.

Таким образом, из формул (14) видно, что два события, *одновременные* ($\Delta t=0$) в системе S, но разделенные в пространстве расстоянием Δx, будут разделены в системе S' как в пространстве, так и во времени:

$$\Delta x' = \gamma\,\Delta x, \quad c\,\Delta t' = -\beta\gamma\,\Delta x.$$

11.3. Замедление времени, измеряемого движущимися часами

Слово *замедление* по отношению к часам означает удлинение интервала времени. Рассмотрим часы, которые неподвижны в системе отсчета S. Результат измерения интервала времени в системе

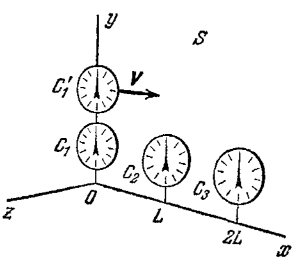

Рис. 11.14. В системе отсчета S часы C_1, C_2, C_3 неподвижны; они расположены на равных расстояниях L по оси x и все синхронизированы. Часы C_1' движутся со скоростью $\mathbf{V}$ относительно системы отсчета S. Предположим, что $t'=0$, когда $t=0$, как показано на рисунке.

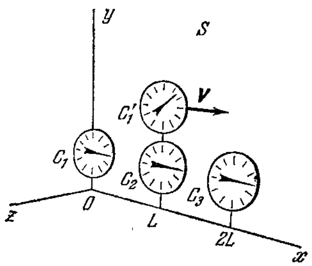

Рис. 11.15. Согласно преобразованию Лоренца

$$t'=(t-xV/c^2)\,\gamma=t\sqrt{1-V^2/c^2},$$

потому что $x=L=Vt$. Для наблюдателя в системе S движущиеся часы C_1' идут медленнее.

отсчета, в которой часы *неподвижны*, обозначается буквой τ и называется *собственным интервалом времени*. Предположим, что часы расположены в начале координат системы отсчета S, т. е. в точке, где $x=0$. Применяя преобразование Лоренца (14) при постоянной величине x, получаем для величины интервала времени t', измеренного часами в системе отсчета S', движущейся со скоростью