

так что расстояние между ними равно

$$x'_2 - x'_1 = L_0 \gamma = \frac{L_0}{(1 - \beta^2)^{1/2}}. \quad (30)$$

Это не соответствует формуле (27)! Мы проделали *другой* опыт и получили другой результат. Наш прежний опыт основывался на естественном определении длины в системе S' при условии одновременности в этой же системе S' . В первом опыте производилось сравнение $\Delta x'$ с Δx , когда $\Delta t' = 0$, а во втором опыте производилось сравнение $\Delta x'$ с Δx , когда $\Delta t = 0$.

Из результата (30) второго опыта мы узнали косвенным путем, что два события, одновременные в системе S , в общем случае не одновременны в системе S' .

Таким образом, из формул (14) видно, что два события, *одновременные* ($\Delta t = 0$) в системе S , но разделенные в пространстве расстоянием Δx , будут разделены в системе S' как в пространстве, так и во времени:

$$\Delta x' = \gamma \Delta x, \quad c \Delta t' = -\beta \gamma \Delta x.$$

11.3. Замедление времени, измеряемого движущимися часами

Слово *замедление* по отношению к часам означает удлинение интервала времени. Рассмотрим часы, которые неподвижны в системе отсчета S . Результат измерения интервала времени в системе

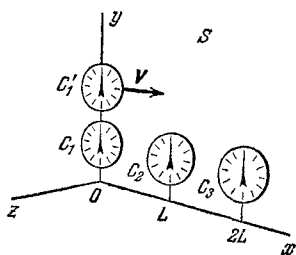


Рис. 11.14. В системе отсчета S часы C_1, C_2, C_3 неподвижны; они расположены на равных расстояниях L по оси x и все синхронизированы. Часы C_1' движутся со скоростью V относительно системы отсчета S . Предположим, что $t' = 0$, когда $t = 0$, как показано на рисунке.

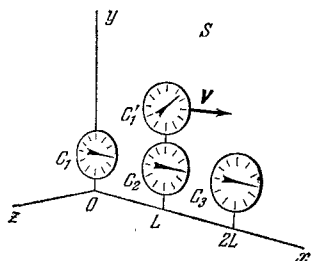


Рис. 11.15. Согласно преобразованию Лоренца

$$t' = (t - xV/c^2) \gamma = t \sqrt{1 - V^2/c^2},$$

потому что $x = L = Vt$. Для наблюдателя в системе S движущиеся часы C_1' идут медленнее.

отсчета, в которой часы *неподвижны*, обозначается буквой τ и называется *собственным интервалом времени*. Предположим, что часы расположены в начале координат системы отсчета S , т. е. в точке, где $x = 0$. Применяя преобразование Лоренца (14) при постоянной величине x , получаем для величины интервала времени t' , измеренного часами в системе отсчета S' , движущейся со скоростью

$\hat{V}x$ относительно системы S , в которой находятся первые часы:

$$t' = \tau \gamma = \frac{\tau}{(1 - \beta^2)^{1/2}}. \quad (31)$$

Интервал времени, измеренный в движущейся системе отсчета S' , *длиннее* интервала времени в системе отсчета S .

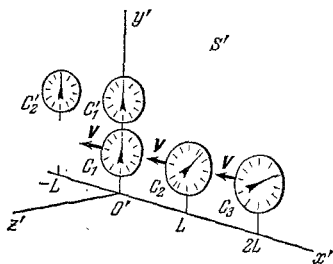


Рис. 11.16. В системе отсчета S' часы C_1 , C_2 и т. д. неподвижны, расположены друг от друга на расстояниях L и синхронизированы. Для наблюдателя в системе S' часы C_1 , C_2 , C_3 не синхронизированы! Что они показывают?

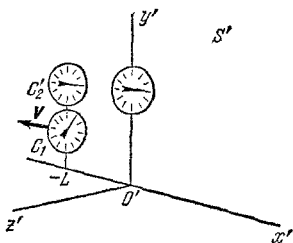


Рис. 11.17. Для наблюдателя в системе S' движущиеся часы C_1 также идут медленнее! Где находятся часы C_2 , C_3 и что они показывают в этот момент?

Это явление называется замедлением времени. Кажется, что движущиеся часы идут медленнее находящихся в покое. Это нелегко понять интуитивно; пройдет, может быть, неделя или год, пока вы уловите смысл замедления времени. Причина кажущегося парадокса

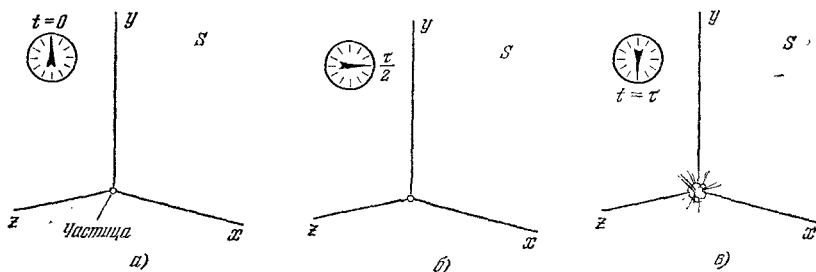


Рис. 11.18. Другой пример замедления времени: а) нестабильная частица неподвижна в системе отсчета S . Мы начинаем наблюдать за нею в момент $t=0$. Проходит время (б), и частица распадается (в) в момент $t=\tau$.

кроется в инвариантности величины c . Подобное явление должно совершаться с часами любого типа. В частности, если τ представляет собой период полураспада мезонов или радиоактивных атомов, измеренный в системе отсчета S , в которой распадающиеся частицы

неподвижны, то

$$t' = \frac{\tau}{(1-\beta^2)^{1/2}} \quad (32)$$

— это период полураспада, наблюдаемый в системе отсчета S' , в которой частицы движутся со скоростью β .

Пример. Время жизни π^+ -мезонов. Известно, что π^+ -мезон распадается на μ^+ -мезон и нейтрино *). Среднее время жизни π^+ -мезона в системе отсчета, относительно которой он неподвижен,

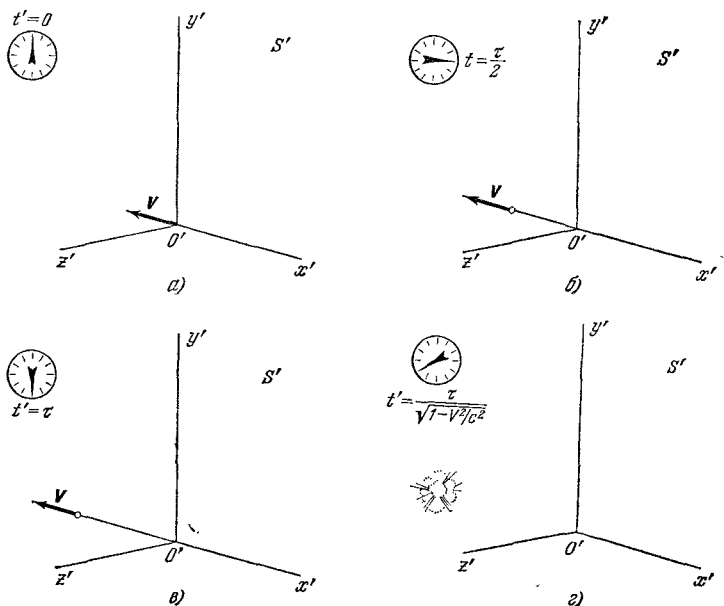


Рис. 11.19. То же явление наблюдается в системе отсчета S' . Теперь частица движется со скоростью V . а) Мы начинаем наблюдать за нею в момент $t'=0=t$. Проходит время (б), но в момент $t'=\tau$ (в) частица еще не распалась! Для наблюдателя в системе отсчета S' частица распадается (г) в момент $t'=\tau(1-V^2/c^2)^{-1/2}$.

равно $2,5 \cdot 10^{-8}$ сек (подробнее о среднем времени жизни частиц см. гл. 15). Каково будет среднее время жизни пучка π^+ -мезонов, испускаемого со скоростью $\beta \approx 0,9$, если измерять это время относительно лабораторной системы отсчета?

Собственное среднее время жизни π^+ -мезона равно $2,5 \cdot 10^{-8}$ сек. Если $\beta \approx 0,9$, то $\beta^2 \approx 0,81$ и, согласно (31), следует ожидать, что время жизни этой частицы в лабораторной системе отсчета будет равно

$$t' \approx \frac{2,5 \cdot 10^{-8}}{(1-0,81)^{1/2}} \approx 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ сек.}$$

*) π^+ -мезон — это положительно заряженная неустойчивая частица с массой около $273 m$, где m — масса электрона; μ^+ -мезон имеет массу около $215 m$; нейтрино имеет массу покоя, равную нулю.

Таким образом, в среднем частица пройдет до распада гораздо большее расстояние, чем то, которое мы получили бы из нерелятивистских соображений как произведение ее скорости на собственное среднее время жизни.

Опыты по определению времени жизни π^+ -мезонов (положительных пионов) были описаны Дарбином, Лоаром и Хевенсом (*Phys. Rev.* 88, 179 (1952)). Результаты этих опытов хорошо согласуются с величиной рассчитанного замедления времени для соответствующей скорости. В этих опытах были образованы пучки π^+ -мезонов, для которых

$$\beta = 1 - 5 \cdot 10^{-5};$$

их среднее время жизни в пучке равнялось $2,5 \cdot 10^{-6}$ сек, т. е. было в 100 раз больше собственного времени жизни покоящихся π^+ -мезонов.

Рассмотрим пучок π^+ -мезонов, движущихся со скоростью, почти равной c . Если бы не существовало релятивистского замедления времени, то до распада они прошли бы в среднем расстояние, равное $(2,5 \cdot 10^{-8} \text{ сек}) \cdot (3 \cdot 10^{10} \text{ см/сек}) \approx 700 \text{ см}$. В действительности из-за замедления времени они проходят значительно дальше. Водородная пузырьковая камера Радиационной лаборатории Лоуренса находится на расстоянии около 100 м от источника пионов *) в бэватроне. Расстояние, проходимое пионами до их распада, имеет порядок величины $(2,5 \cdot 10^{-8}) \cdot (3 \cdot 10^{10}) \approx 7 \cdot 10^4 \text{ см}$, или примерно в 100 раз больше того расстояния, которое они проходили бы до распада, если бы не было явления замедления времени. В физике элементарных частиц при расчете приборов для опытов с высокими энергиями учитываются большие длины пробега, обусловленные законами теории относительности. Выше было сказано, что почти каждый физик, работающий в области физики высоких энергий, ежедневно убеждается в правильности специальной теории относительности. Он применяет преобразование Лоренца с такой же уверенностью, с какой физики девятнадцатого столетия применяли законы Ньютона.

Покажем на основании простого рассуждения, что явление замедления времени представляет собой обязательное следствие инвариантности скорости света. Поместим в системе отсчета S эталонные часы. Эти часы можно использовать для измерения интервала времени τ , в течение которого световой сигнал проходит постоянное расстояние L от неподвижного источника до неподвижного зеркала и такое же расстояние обратно. Путь, по которому распространяется луч света, параллелен оси y . Таким образом,

$$\tau = \frac{2L}{c}. \quad (33)$$

Это время может быть отсчитано по циферблату или отпечатано приборами на листе бумаги. Наблюдатели, находящиеся в любой

*) Сокращенное название π -мезонов. (Прим. ред.)

системе отсчета, могут видеть отпечатанную запись времени прохождения сигнала, и все они согласятся, что часы в неподвижной системе отсчета S показали время τ . Но что показывают их собственные часы, не неподвижные относительно системы S ? Мы рассматриваем тот случай, когда L направлено параллельно оси y .

Наряду с измерением в системе отсчета S , наблюдатель в системе отсчета S' (движущейся равномерно в направлении x относительно системы S) также может измерить интервал времени, в течение которого происходит опыт по отражению света. Наблюдатель в системе S' сделает это, пользуясь рядом синхронизированных часов, неподвижных относительно этой системы S' . Мы включаем двое часов, неподвижных в системе S' , в одно и то же время (т. е. синхронизируем их), давая сигнал от источника света, находящегося посередине между ними; каждые часы начинают отсчет с нуля в тот момент, когда до них доходит этот сигнал. Этот способ синхронизации можно применять и к другим часам. Мы можем также синхронизировать любое число часов в одной системе отсчета, устанавливая их, когда они пространственно находятся вплотную друг к другу, а затем медленно перемещая эти часы, пока они не попадут в желаемые положения.

Можно произвести отсчет по любым часам в системе S' . Все другие часы, неподвижные в системе S' , обязательно отсчитают тот же самый интервал времени. В частности, мы можем произвести отсчеты по тем часам в системе S' , которые находятся ближе всего в пространстве к единственным часам в системе S , используемым для опыта по отражению. Какие-то одни часы в системе отсчета S' будут ближе всего к стандартным часам в системе S , и по ним будет производиться отсчет времени, когда в системе отсчета S дается световой сигнал. В момент, когда этот световой сигнал возвращается и отмечается часами в системе отсчета S , к этим часам будут ближе всего другие часы в системе S' , по которым и будет производиться второй отсчет времени для системы S' .

Путь, пройденный светом в системе S , равен $2L$. Но путь, измеренный в системе S' , длиннее, потому что за время прохождения светового сигнала от источника к зеркалу прибор в системе S передвинулся относительно S' на расстояние $V \cdot \frac{1}{2} t'$, а за время прохождения сигнала в обратном направлении прибор передвинется еще на $V \cdot \frac{1}{2} t'$. Здесь t' — это время, наблюдаемое в системе S' . Расстояние, пройденное сигналом в системе отсчета S' , равно

$$2 \left[L^2 + \left(\frac{1}{2} V t' \right)^2 \right]^{1/2}.$$

Это расстояние должно быть равно ct' , потому что световой сигнал всегда движется со скоростью c . Следовательно,

$$(ct')^2 = 4L^2 + (Vt')^2, \quad (34)$$

или

$$t' = \frac{2L}{(c^2 - V^2)^{1/2}} = \frac{2L}{c} \frac{1}{(1 - \beta^2)^{1/2}}, \quad (35)$$

$$t' = \frac{\tau}{(1-\beta^2)^{1/2}}, \quad (36)$$

т. е. точно так же, как в уравнении (31). Наблюдателю в системе S' будет казаться, что часы в системе S идут медленнее, потому что эти часы в системе S показали время τ , меньшее, чем время t' .

Мы видим, что явление замедления времени совсем не связано с таинственными процессами внутри атомов; оно возникает в процессе измерения. Часы, неподвижные в системе S , показывают собственное время τ , т. е. время, определяемое наблюдателем, неподвижным в системе S ; такие же часы, неподвижные в системе S' , тоже покажут время τ , когда отсчет по ним ведется наблюдателем, неподвижным в системе S' . Но когда мы отсчитываем в системе S' промежуток времени, который в системе S равен τ , то мы имеем более длинный промежуток, потому что длиннее путь, по которому распространяется свет. Так будут вести себя часы любого типа.

Повторяем, что в этих свойствах часов нет ничего таинственного. Если что-то и является таинственным в специальной теории относительности, то это постоянство скорости света. Установив это постоянство, можно отсюда непосредственно и довольно просто вывести все остальное. Однако необходимо тщательно проанализировать все новые соотношения. Здесь имеется множество кажущихся парадоксов. Может быть, наибольшей известностью из них пользуется так называемый «парадокс близнецов» *).

П р и м е р. *Продольный эффект Доплера.* Рассмотрим два световых сигнала, посланных в моменты $t=0$ и $t=\tau$ источником, покоящимся в точке $x=0$ системы отсчета S . Система отсчета S' движется со скоростью $V\hat{x}$ относительно системы S . Первый сигнал принимается в точке $x'=0$ системы S' в момент $t'=0$. Положение той точки в системе S' , которая в момент $t=\tau$ совпадает с точкой $x=0$, определяется из преобразования Лоренца (14):

$$x' = \frac{x - Vt}{(1 - \beta^2)^{1/2}} = \frac{-V\tau}{(1 - \beta^2)^{1/2}}, \quad (37)$$

если принять $x=0$. Соответствующее время в системе отсчета S' равно

$$t' = \frac{t - Vx/c^2}{(1 - \beta^2)^{1/2}} = \frac{\tau}{(1 - \beta^2)^{1/2}}. \quad (38)$$

Время, необходимое для того, чтобы второй сигнал прошел в системе S' путь от точки $-V\tau/(1-\beta^2)^{1/2}$ до начала координат, равно

$$\Delta t' = \frac{\tau V/c}{(1 - \beta^2)^{1/2}}, \quad (39)$$

*) Об этом парадоксе см., например, Д. В. Скобелев, Парадокс близнецов в теории относительности, «Наука», 1966. (Прим. ред.)

так что в системе S' весь интервал времени между приемом двух сигналов в точке $x'=0$ равен

$$t' + \Delta t' = \tau \frac{1+V/c}{(1-\beta^2)^{1/2}} = \tau \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}. \quad (40)$$

Время между двумя сигналами можно также истолковать как время, прошедшее между прохождением через одну точку двух

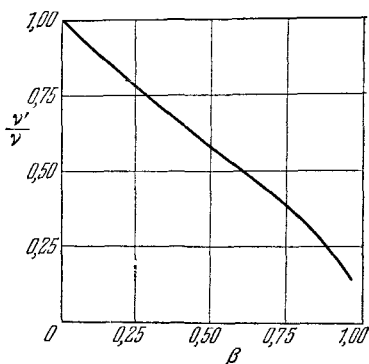


Рис. 11.20. Релятивистский продольный эффект Доплера. ν' — частота света, принимаемого наблюдателем, удаляющимся от источника света со скоростью

$$\beta = \frac{V}{c}.$$

Источник излучает свет с частотой ν .

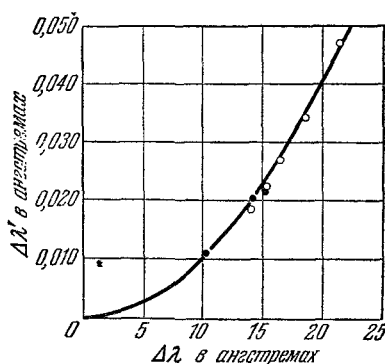


Рис. 11.21. График зависимости рассчитанного и экспериментально определенного сдвига второго порядка $\Delta\lambda'$, отложенного по вертикальной оси, от доплеровского сдвига первого порядка $\Delta\lambda$, отложенного по горизонтальной оси (по данным Айвса и Стилуэлла). Черные кружки относятся к наблюдениям за одной спектральной линией, а светлые кружки — к наблюдениям за другой спектральной линией.

последовательных узлов световой волны. Частота световых колебаний обратна по величине их периоду, т. е.

$$\nu' = \nu \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}. \quad (41)$$

Здесь ν' — частота, принимаемая в системе S' , а ν — частота, передаваемая в системе S . Если приемник удаляется от источника, то величина $\beta = V/c$ положительна и $\nu' < \nu$. Если приемник приближается к источнику, то мы должны считать β отрицательной величиной, а $\nu' > \nu$. Перейдя к длинам волн $\lambda = c/\nu$, $\lambda' = c/\nu'$, получаем

$$\lambda' = \lambda \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}. \quad (42)$$

Уравнение (41) описывает релятивистский продольный эффект Доплера для световых волн в вакууме. Величина смещения частот, определяемая из уравнения (41), с точностью до величин порядка β

согласуется с результатом нерелятивистской теории эффекта Доплера, выведенным в гл. 10. Правильность слагаемого порядка β^2 при разложении в ряд уравнения (41) была экспериментально подтверждена Айвсом и Стилуэллом.

Айвс и Стилуэлл (Opt. Soc. Am. 28, 215 (1938); 31, 369 (1941)) выполнили спектральные опыты с пучками водородных атомов, находившихся в возбужденных электронных состояниях. Атомы, входившие в состав молекулярных водородных ионов H_2^+ и H_3^+ , ускорялись в сильном электрическом поле. Как продукт распада ионов образовывался атомарный водород. Скорость его атомов имела величину порядка $\beta=0,005$. Айвс и Стилуэлл определяли смещение средней длины волны отдельной спектральной линии, испускаемой атомами водорода. Средняя величина бралась по направлениям вперед (λ_v) и назад (λ_n) относительно траектории полета атомов. Из (42) получаем, считая $\beta_v = -\beta_n$, что средняя длина волны

$$\frac{1}{2}(\lambda_v + \lambda_n) = \frac{1}{2}\lambda_0 \left(\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} + \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \right) = \frac{\lambda}{(1-\beta^2)^{1/2}}. \quad (43)$$

Итак, среднее положение смещенных линий сдвигается относительно длины волны λ_0 света, излучаемого покоящимся атомом, на величину порядка β^2 . В статье, опубликованной в 1941 г., Айвс и Стилуэлл сообщили, что наблюдаемое смещение средней длины волны равно $0,074 \text{ \AA}$, в то время как при расчете по формуле (43) для величины β , определенной по значению ускоряющего потенциала, приложенного к исходным ионам, получается смещение $0,072 \text{ \AA}$. Это является превосходным подтверждением релятивистской теории эффекта Доплера.

Поперечный эффект Доплера относится к наблюдениям, произведенным под прямым углом к направлению перемещения источника света, которым обычно является атом. В нерелятивистском приближении вообще нет поперечного эффекта Доплера. Теория относительности предсказывает существование этого поперечного эффекта Доплера для световых волн. Отношение частот должно быть обратным отношению интервалов времени в формуле (31), т. е.

$$v' = (1 - \beta^2)^{1/2} v, \quad (44)$$

где v — частота в системе отсчета, относительно которой атом неподвижен, а v' — частота, наблюдаемая в системе отсчета, движущейся относительно атома со скоростью $V = \beta c$.

11.4. Часы, движущиеся с ускорением

В специальной теории относительности описываются и рассматриваются измерения, результаты которых не зависят от детального строения реальных тел. Теория ничего не говорит о динамическом действии ускорения, например о напряжениях, вызванных уско-