

так что

$$\Delta E' = \frac{p'_x \Delta p'_x c^2}{(M^2 c^4 + p'^2 c^2)^{1/2}}. \quad (68)$$

Но по условию в системе  $S'$  в рассматриваемый момент времени  $p'_x=0$ ; тогда (66) принимает вид

$$\Delta p_x \cong \frac{\Delta p'_x}{(1-v^2/c^2)^{1/2}}, \quad (69)$$

а с учетом (62)

$$\frac{\Delta p_x}{\Delta t} \cong \frac{\Delta p'_x}{\Delta t'} = \frac{\Delta p'_x}{\Delta \tau}. \quad (70)$$

В пределе при  $\Delta t \rightarrow 0$  имеем

$$\boxed{\frac{dp_x}{dt} = \frac{dp'_x}{d\tau}}. \quad (71)$$

Формулы преобразования (64) и (71) играют важную роль при изложении электромагнетизма в т. II настоящего курса.

## 12.8. Постоянство заряда

Закон  $q\mathbf{E}=\dot{\mathbf{p}}$  движения частицы, несущей заряд  $q$  в электрическом поле  $\mathbf{E}$ , является неполным, пока мы не знаем зависимости заряда от скорости и ускорения частицы, имеющей импульс  $\mathbf{p}$ . Лучшим свидетельством весьма точного соблюдения постоянства заряда протона или электрона является тот экспериментальный факт, что пучки атомов и молекул водорода не испытывают отклонения в однородном электрическом поле, перпендикулярном к пучку. Атом водорода состоит из электрона ( $e$ ) и протона ( $p$ ). Молекула водорода состоит из двух электронов и двух протонов. Даже при очень медленном движении протонов электроны движутся вокруг них со средней скоростью около  $10^{-2}c$ . Неотклоняющаяся молекула имеет постоянный импульс, так что экспериментальный результат говорит о том, что  $\dot{\mathbf{p}}_p + \dot{\mathbf{p}}_e = 0 = (e_p + e_e)\mathbf{E}$ . Таким образом, из экспериментов следует, что в атоме или молекуле  $e_e = -e_p$ , несмотря на то что только электроны обладают большой скоростью, которая притом различна в атомах и молекулах. Количественно заряд электрона оказывается независимым от скорости и равным заряду протона с точностью до  $10^{-7}\%$  вплоть до скоростей электронов порядка  $10^{-2}c$ .

Экспериментальная сторона этого вопроса обсуждается в т. II. Экспериментальный результат заключается в том, что заряд не зависит от скорости частицы или наблюдателя. Таким образом, при переходе к другой системе отсчета заряд и масса преобразуются по-разному.

## Задачи

1. *Релятивистский импульс* Каков импульс протона, имеющего кинетическую энергию в 1 Бэв (1 Гэв) \*)? (Если  $E$  измеряется в Гэв, то  $p$  можно измерять в Гэв/с.)

Ответ. 1,7 Гэв/с.

2. *Релятивистский импульс.* Каков импульс электрона, имеющего кинетическую энергию 1 Гэв?

Ответ. 1,0005 Гэв/с.

3. *Импульс фотона.* Каков импульс фотона, имеющего энергию 1 Гэв?

4. *Энергия и импульс быстрого протона.* Для некоторого протона по лабораторным измерениям  $\beta=0,995$ . Каковы его релятивистская энергия и импульс?

5. *Космические частицы высоких энергий.* Известно, что космические частицы могут обладать энергией до  $10^{19}$  эв и, возможно, даже выше.

а) Какова кажущаяся масса такого рода частиц (приближенно)?

Ответ.  $1,8 \cdot 10^{-14}$  г.

б) Каков их импульс (приближенно)?

Ответ.  $5 \cdot 10^{-4}$  г·см/сек.

6. *Преобразование энергии и импульса.* Относительно лабораторной системы отсчета протон имеет  $\beta=0,999$ . Определить его энергию и импульс по отношению к системе отсчета, движущейся в том же направлении, с  $\beta'=0,990$  относительно упомянутой лабораторной системы.

7. *Энергия быстрого электрона.* Электрон имеет  $\beta=0,99$ . Какова его кинетическая энергия?

Ответ. 3,1 Мэв.

8. *Отдача при гамма-излучении.* Каков импульс отдачи относительно лабораторной системы для ядра  $\text{Fe}^{57}$ , отскакивающего при испускании фотона с энергией в 14 кэв? Является ли этот импульс релятивистским?

Ответ.  $7,5 \cdot 10^{-19}$  г·см/сек.

9. *Отдача ядра.* Рассматривается гамма-луч с энергией  $E$ , падающий на протон, который покоится относительно лаборатории.

а) Каков импульс гамма-луча относительно лабораторной системы отсчета?

б) Показать, что скорость  $V$  центра масс относительно лаборатории определяется равенством

$$\frac{V}{c} = \frac{E_{\gamma}}{E_{\gamma} + M_p c^2}.$$

10. *Распад нейтрона.* Используя данные гл. 12, определить энергию, выделяемую при распаде нейтрона на протон и электрон.

Ответ. 0,79 Мэв.

11. *Инвариантность относительно преобразования Лоренца в системе из двух частиц.* Полный импульс и энергия системы из двух частиц соответственно равны  $\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$  и  $E = E_1 + E_2$ . Показать в явном виде, что преобразование Лоренца для  $\mathbf{p}$  и  $E$  согласуется с инвариантностью величины  $E^2 - p^2 c^2$ .

12. *Переход от системы центра масс к системе, связанной с одной из частиц.* Два протона движутся в противоположных направлениях от общей точки со скоростью  $\beta=0,5$ .

а) Каковы энергия и импульс одного из протонов относительно общей точки?

б) Пользуясь преобразованием Лоренца, найти энергию и импульс одного протона относительно системы отсчета, связанной с другим протоном. (В задачах такого рода обычно целесообразно выражать энергию через ее отношение к энергии, связанной с той или иной массой покоя.)

13. *Излучение массы радиопередатчиком.* Какова масса, эквивалентная энергии, излучаемой антенной за 24 часа при мощности радиоизлучения в 1000 вт?

\*) Слово *биллион* имеет разные значения в разных странах: в США оно означает  $10^9$ , а в Англии  $10^{12}$ . Приставка *гига* (G, Г) также часто употребляется для обозначения  $10^9$ . Таким образом, 1 Бэв (ам.)  $\equiv$  1 Гэв  $\equiv$   $10^9$  эв.

14. *Солнечная энергия.* Солнечной постоянной называется плотность потока солнечного излучения на расстоянии Земли от Солнца. Измерения показали, что эта постоянная равна  $1,4 \cdot 10^6$  эрг/сек·см<sup>2</sup>.

а) Показать, что полный поток солнечного излучения составляет приблизительно  $4 \cdot 10^{33}$  эрг/сек.

б) Показать, что средняя скорость излучения энергии с грамма солнечного вещества приблизительно равна  $2$  эрг/сек·г, или около  $6 \cdot 10^7$  эрг/год·г.

в) С помощью (38) показать, что энергия, выделяемая с одного грамма водорода, затраченного на синтез He<sup>4</sup>, составляет около  $6 \cdot 10^{18}$  эрг.

г) Показать, что если бы Солнце состояло на одну треть по массе из водорода и его ядерное сгорание продолжалось без изменений, то излучение Солнца на существующем уровне смогло бы продолжаться еще в течение  $3 \cdot 10^{10}$  лет.

15. *Движение под действием давления излучения.* Один из возможных способов продвижения в космическом пространстве заключается в использовании большого отражающего металлического листа, укрепленного на космическом корабле. Требуется оценить порядок ускорений, которые можно получить для подобного корабля обычных размеров на расстоянии одной астрономической единицы от Солнца.

16. *Импульс (количество движения) вспышки света, испускаемого лазером.* Большой лазер может генерировать световые вспышки с энергией в 2000 дж.

а) Показать, что импульс при этом имеет порядок  $1$  г·см/сек \*).

б) Рассмотреть возможный способ обнаружения этого импульса, если длительность вспышки света составляет миллисекунду.

### Из истории физики. Закон взаимосвязи массы и энергии

Первая работа Эйнштейна по специальной теории относительности была напечатана в «Annalen der Physik» 17, 891—921 (1905) под заглавием «Об электродинамике движущихся тел». Указанный том этого журнала содержит три классические статьи Эйнштейна. Одна из них посвящена квантовой интерпретации фотоэлектрического эффекта (стр. 132—148); в другой излагается теория броуновского движения (стр. 549—560); третья — по теории относительности — цитирована выше. (Следует отметить, что многие из результатов этой статьи были предвосхищены Ларморов, Лоренцем и другими.) В том же году в том же журнале (стр. 639—641) появилась еще одна короткая статья Эйнштейна под заглавием «Зависит ли инерция тела от его энергии?». Ниже дается сокращенное изложение рассуждений Эйнштейна по этому вопросу.

Рассмотрим (как это делается в статье Эйнштейна по электродинамике) пакет, или группу, плоских световых волн. Предположим, что пакет обладает энергией  $\epsilon$  и движется в положительном направлении  $x$  в системе отсчета  $S$ . По измерениям, произведенным в системе  $S'$ , движущейся со скоростью  $V\hat{x}$  относительно  $S$ , волновой пакет имеет энергию

$$\epsilon' = \epsilon \left( \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right)^{1/2}, \quad \beta = \frac{V}{c}. \quad (72)$$

Этот результат был выведен Эйнштейном в статье по электродинамике без упоминания понятия фотона. Однако результат (72) прямо вытекает из следующих соображений. Как было показано в (11.41), при продольном эффекте Доплера частоты, воспринимаемые наблюдателями, покоящимися в системах  $S'$  и  $S$ , связаны соотношением

$$\nu' = \nu \left( \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right)^{1/2}. \quad (73)$$

По квантовым представлениям световой импульс рассматривается как целое число световых квантов или фотонов, каждый из которых имеет энергию  $h\nu$  (при наблюдении в системе  $S$ ), где  $h$  — постоянная Планка. При наблюдении импульса

\* Речь идет о расчете величины  $mc$  и использовании формулы  $E = mc^2$ ; отв. 0, (6)... г·см/сек. (Прим. ред.)