

Но правая часть содержит выражение для импульса p , так что

$$\boxed{B\rho = \frac{cp}{q}}. \quad (30)$$

Таким образом, радиус ρ круговой траектории, описываемой заряженной частицей в магнитном поле, может служить прямой мерой релятивистского импульса. Последнее соотношение лежит в основе важнейшего прямого некомбинированного метода измерения импульса заряженной релятивистской частицы. Этот метод используется при анализе фотографий, полученных с помощью пузырьковой камеры (см. гл. 15).

13.3. Система центра масс и пороговая энергия

Сохранение энергии налагает общее ограничение на ядерные реакции или на акты взаимодействия при столкновениях частиц. Например, фотон высокой энергии (гамма-лучи) может породить электронно-позитронную пару по реакции

$$\gamma \rightarrow e^- + e^+ \quad (31)$$

только при условии, что его энергия превышает энергетический эквивалент масс покоя электрона и позитрона. Таким образом, уже одно условие сохранения энергии определяет порог минимальной энергии, необходимой для образования электронно-позитронной пары:

$$E_\gamma = 2mc^2 \cong 1,02 \cdot 10^6 \text{ эв}. \quad (32)$$

Напомним, что массы покоя электрона и позитрона одинаковы.

В свободном пространстве, однако, эта реакция не может осуществляться ни при какой энергии, так как не может быть обеспечено сохранение импульса. В гл. 12 было показано, что импульс фотона равен $p_\gamma = E_\gamma/c$. Рассмотрим реакцию в системе отсчета, в которой центр масс протона и электрона остается в покое. В этой системе сумма импульсов электрона и позитрона равна нулю:

$$p_{e^-} + p_{e^+} = 0. \quad (33)$$

Но в этой системе импульс налетающего фотона не равен нулю, так как не существует системы отсчета, в которой импульс фотона мог бы исчезнуть *). Таким образом, в системе центра масс

$$p_\gamma \neq p_{e^-} + p_{e^+} = 0, \quad (34)$$

и реакция (31) неверна (не имеет места) вследствие несохранения импульса. Но если эта реакция невозможна в одной системе отсчета, то она невозможна и ни в какой другой системе.

*) Приняв другую систему отсчета, мы можем изменить частоту фотона, но при этом он не может быть ни уничтожен, ни остановлен.

Эта реакция возможна лишь вблизи другой частицы, например вблизи ядра атома, так как тогда ядро может поглотить изменение импульса. Оно это делает, толкая своим кулоновским полем заряженные частицы. Тогда возможно соотношение

$$\mathbf{p}_\gamma + \mathbf{p}'_{\text{яд}} = \mathbf{p}_{\text{яд}} + \mathbf{p}_{e^-} + \mathbf{p}_{e^+}. \quad (35)$$

При этом реакция изменяет импульс ядра, но не производит в нем никаких других изменений, так что ядро лишь действует как очень простой катализатор. Начальный импульс ядра может быть при этом равен нулю.

Тяжелая частица или ядро может служить хорошим поглотителем импульса без существенного поглощения энергии. Это ясно видно хотя бы из формулы нерелятивистской кинетической энергии

$$K = \frac{1}{2} M v^2 = \frac{p^2}{2M}. \quad (36)$$

Чем больше масса M , тем меньше кинетическая энергия, связанная с заданным импульсом.

Пример. Отдача при гамма-излучении. Ядро с массой M испускает гамма-луч энергии E_γ . Ядро вначале находилось в покое. Какова его энергия отдачи после испускания?

По условию сохранения импульса

$$0 = \mathbf{p}_\gamma + \mathbf{p}_{\text{яд}}, \quad (37)$$

где $p_\gamma = E_\gamma/c$. Отсюда импульс отдачи ядра равен

$$|\mathbf{p}_{\text{яд}}| = \frac{E_\gamma}{c}, \quad (38)$$

а энергия отдачи ядра

$$K_{\text{яд}} = \frac{p_{\text{яд}}^2}{2M} = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2}. \quad (39)$$

При этом мы предположили, что энергия отдачи может здесь рассматриваться как нерелятивистская.

В актах соударения, при которых образуются новые частицы, требование сохранения импульса обычно исключает возможность превращения всей начальной кинетической энергии в лабораторной системе в энергетический эквивалент массы покоя новых частиц, образовавшихся при столкновении. Если существует отличный от нуля суммарный импульс в начальном состоянии (до столкновения), то должен сохраниться такой же суммарный импульс в конечном состоянии (после столкновения). Поэтому оставшиеся после столкновения частицы не могут находиться в покое; часть начальной кинетической энергии переходит в кинетическую конечных частиц.

Единственный случай, в котором вся кинетическая энергия может быть использована в реакции, имеет место, когда импульс в начальном состоянии равен нулю. Но импульс можно всегда привести к нулю, рассматривая соударение в надлежащей системе отсчета, а именно в системе центра масс.

Пример. *Доступная энергия* *) *движущейся частицы*. Какая энергия может быть использована при столкновении движущегося и покоящегося протонов?

Сначала предположим, что кинетическая энергия налетающего протона несоизмеримо мала по сравнению с $M_p c^2$, так что столкновение может рассматриваться с нерелятивистских позиций. Если скорость налетающего протона в лабораторной системе отсчета равна v , то его кинетическая энергия равна

$$K_{\text{лаб}} = \frac{1}{2} M_p v^2. \quad (40)$$

В системе же центра масс один из протонов имеет скорость $\frac{1}{2} v$, а другой $-\frac{1}{2} v$. В этой системе отсчета вся кинетическая энергия может быть истрачена на образование новых частиц. Она равна

$$K_{\text{ц. м}} = \frac{1}{2} M_p \left(\frac{1}{2} v\right)^2 + \frac{1}{2} M_p \left(\frac{1}{2} v\right)^2 = \frac{1}{4} M_p v^2. \quad (41)$$

Из уравнений (40) и (41) получаем для нерелятивистского случая

$$\frac{K_{\text{ц. м}}}{K_{\text{лаб}}} = \frac{1}{2}. \quad (42)$$

Таким образом, в лабораторной системе отсчета доступной для реакций является половина кинетической энергии. При ускорении протона до 200 Мэв только 100 Мэв из этой энергии могут быть использованы для образования новых частиц при столкновении с другим протоном.

В релятивистской области коэффициент полезного действия еще меньше. Можно провести простой расчет для крайней релятивистской области, в которой даже в системе центра масс кинетическая энергия протона гораздо больше энергии покоя $M_p c^2$.

Полную релятивистскую энергию в лабораторной системе связываем с полной релятивистской энергией в системе центра масс, применяя инвариант (12.16) к системе из двух протонов:

$$\underbrace{(E_1 + E_2)^2 - (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2 c^2}_{\text{лаб.}} = \underbrace{(E_1 + E_2)^2 - (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2 c^2}_{\text{ц. м.}}. \quad (43)$$

По определению системы центра масс $(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)_{\text{ц. м.}} = 0$. Если в лабораторной системе протон 2 находится в покое, то $E_{2(\text{лаб})} = M_p c^2$ и $\mathbf{p}_{2(\text{лаб})} = 0$. Принимая во внимание, что

$$E_{1(\text{лаб})}^2 - \mathbf{p}_{1(\text{лаб})}^2 c^2 = M_p^2 c^4,$$

легко видеть, что (43) приводится к уравнению

$$2E_{1(\text{лаб})} M_p c^2 + 2M_p^2 c^4 = E_{\text{полн. (ц. м.)}}^2, \quad (44)$$

*) По термодинамической терминологии «свободная энергия». Речь идет о той доле энергии, которая может быть использована для реакции образования новых частиц. (Прим. ред.)

где $E_{\text{полн(ц.м)}}$ является суммой $E_1 + E_2$ в системе центра масс. Если обозначить полную энергию $E_1 + M_p c^2$ в лабораторной системе, то из (44) получаем

$$2E_{\text{полн (лаб)}} M_p c^2 = E_{\text{полн (ц. м)}}^2, \quad (45)$$

или

$$\boxed{\frac{E_{\text{полн (ц. м)}}}{E_{\text{полн (лаб)}}} = \frac{2M_p c^2}{E_{\text{полн (ц. м)}}}} \quad (46)$$

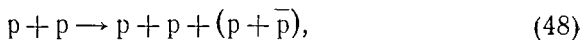
Это отношение и является мерой «коэффициента полезного действия». Чтобы получить полную энергию в 20 Гэв в системе центра масс, учитывая, что $M_p c^2 \approx 1 \text{ Гэв}$, потребуется

$$E_{\text{полн (лаб)}} = \frac{E_{\text{полн (ц. м)}}}{2M_p c^2} \approx \frac{400}{2} \text{ Гэв} \approx 200 \text{ Гэв}. \quad (47)$$

В этом случае из кинетической энергии протона, разогнанного до 200 Гэв относительно лабораторной системы, для образования новых частиц доступны только 20 Гэв . Вследствие такого низкого коэффициента полезного действия внимание было сосредоточено на таких системах ускорителей, в которых сталкиваются два пучка частиц, распространяющихся в противоположных направлениях, так что лабораторная система отсчета становится системой центра масс.

13.4. Антипротонный порог

Энергия бэватрона в Беркли была рассчитана на генерацию антипротонов (обозначаемых \bar{p}) путем бомбардировки неподвижных протонов протонами высоких энергий. Реакция может быть записана следующим образом:



т. е. в результате образуется протонно-антипротонная пара. Закон сохранения заряда при этом выполняется, так как антипротон имеет заряд $-e$. Какова пороговая энергия этой реакции?

Энергия покоя протонно-антипротонной пары составляет $2M_p c^2$, так как массы покоя антипротона и протона одинаковы. В системе центра масс кинетическая энергия должна быть поэтому по меньшей мере равна $2M_p c^2$, что составляет $M_p c^2$ на каждый из исходных протонов. К этому надо прибавить энергию покоя $M_p c^2$ каждого из исходных протонов, так что минимальная полная энергия в системе центра масс должна составлять

$$E_{\text{полн (ц. м)}} = 4M_p c^2. \quad (49)$$

На основании (46) в лабораторной системе соответствующая энергия равна

$$E_{\text{полн (лаб)}} = \frac{E_{\text{полн (ц. м)}}^2}{2M_p c^2} = \frac{16}{2} M_p c^2; \quad (50)$$