

где $E_{\text{полн(ц.м)}}$ является суммой $E_1 + E_2$ в системе центра масс. Если обозначить полную энергию $E_1 + M_p c^2$ в лабораторной системе, то из (44) получаем

$$2E_{\text{полн (лаб)}} M_p c^2 = E_{\text{полн (ц. м)}}^2, \quad (45)$$

или

$$\boxed{\frac{E_{\text{полн (ц. м)}}}{E_{\text{полн (лаб)}}} = \frac{2M_p c^2}{E_{\text{полн (ц. м)}}}} \quad (46)$$

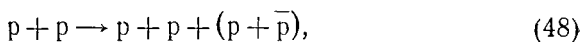
Это отношение и является мерой «коэффициента полезного действия». Чтобы получить полную энергию в 20 Гэв в системе центра масс, учитывая, что $M_p c^2 \approx 1 \text{ Гэв}$, потребуется

$$E_{\text{полн (лаб)}} = \frac{E_{\text{полн (ц. м)}}}{2M_p c^2} \approx \frac{400}{2} \text{ Гэв} \approx 200 \text{ Гэв}. \quad (47)$$

В этом случае из кинетической энергии протона, разогнанного до 200 Гэв относительно лабораторной системы, для образования новых частиц доступны только 20 Гэв . Вследствие такого низкого коэффициента полезного действия внимание было сосредоточено на таких системах ускорителей, в которых сталкиваются два пучка частиц, распространяющихся в противоположных направлениях, так что лабораторная система отсчета становится системой центра масс.

13.4. Антипротонный порог

Энергия бэватрона в Беркли была рассчитана на генерацию антипротонов (обозначаемых \bar{p}) путем бомбардировки неподвижных протонов протонами высоких энергий. Реакция может быть записана следующим образом:



т. е. в результате образуется протонно-антипротонная пара. Закон сохранения заряда при этом выполняется, так как антипротон имеет заряд $-e$. Какова пороговая энергия этой реакции?

Энергия покоя протонно-антипротонной пары составляет $2M_p c^2$, так как массы покоя антипротона и протона одинаковы. В системе центра масс кинетическая энергия должна быть поэтому по меньшей мере равна $2M_p c^2$, что составляет $M_p c^2$ на каждый из исходных протонов. К этому надо прибавить энергию покоя $M_p c^2$ каждого из исходных протонов, так что минимальная полная энергия в системе центра масс должна составлять

$$E_{\text{полн (ц. м)}} = 4M_p c^2. \quad (49)$$

На основании (46) в лабораторной системе соответствующая энергия равна

$$E_{\text{полн (лаб)}} = \frac{E_{\text{полн (ц. м)}}^2}{2M_p c^2} = \frac{16}{2} M_p c^2; \quad (50)$$

сюда входит $2M_p c^2$ в виде энергии покоя двух протонов и $6M_p c^2$ — в виде кинетической энергии. Таким образом, пороговая энергия составляет

$$6M_p c^2 = 6(0,938 \text{ Гэв}) \cong 5,63 \text{ Гэв}. \quad (51)$$

Если налетающий протон сталкивается с протоном, связанным в ядре, то пороговая энергия понижается, так как протон-мишень связан. Ясно ли, почему это так? Экспериментально наблюдаемая пороговая энергия образования антипротона составляет $4,4 \text{ Гэв}$, что на $1,2 \text{ Гэв}$ меньше вычисленной для свободного покоящегося протона-мишени. Этот порог в лабораторной системе отсчета представляет собой минимальную кинетическую энергию, которой должен обладать налетающий протон, чтобы вызвать рассматриваемую реакцию.

13.5. Релятивистское уравнение ракеты

Представим себе ракету в момент, когда она находится в мгновенном состоянии покоя относительно системы отсчета S' , испытывая, однако, постоянное ускорение a' относительно той же системы. На основании выводов гл. 11 мы знаем, что приращение скорости $\Delta v'$ в системе S' связано с приращением скорости Δv в инерциальной системе S соотношением

$$\Delta v = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \Delta v', \quad (52)$$

где v — скорость системы S' относительно системы S . Система S может, например, быть связана с Землей. Обозначая ускорение dv'/dt' через a' , получаем из (52)

$$\frac{\Delta v}{1 - v^2/c^2} = \frac{dv'}{dt'} \Delta t' = a' \Delta t', \quad (53)$$

где $\Delta t'$ — промежуток времени, измеренный в системе S' . Если ракета начинает свое движение из состояния покоя относительно системы S в момент $t' = 0$, то левая и правая части (53) интегрируются в соответствующих пределах:

$$c^2 \int_0^v \frac{dv}{c^2 - v^2} = a' \int_0^{t'} dt'. \quad (54)$$

По Дуайту (Dwight, 728,4) имеем

$$c \operatorname{Arth} \left(\frac{v}{c} \right) = a' t', \quad \frac{v}{c} = \operatorname{th} \frac{a' t'}{c}. \quad (55)$$

Полный путь ракеты с точки зрения системы S находится дальнейшим интегрированием:

$$x = \int_0^{t'} v dt = \int_0^{t'} v \frac{dt'}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}}, \quad (56)$$