материалов с платиной, принятой за эталон. Он установил, что

$$\frac{M_{\text{ин}}(\mathrm{I})}{M_{\text{гр}}(\mathrm{I})}=\frac{M_{\text{ин}}(\mathrm{Pt})}{M_{\text{гр}}(\mathrm{Pt})} \tag{8}$$

с относительной ошибкой менее 10^{-8}. Недавние опыты Дике (Dicke) подтвердили равенство обоих видов масс с точностью до 10^{-10}.

Современное состояние вопроса в отношении экспериментальных данных может быть резюмировано следующим образом:

Если обозначить отношение $M_{\text{гр}}/M_{\text{ин}}$ через Q, то:

а) Значение Q для системы электрон плюс протон равно значению того же отношения для нейтрона с точностью до 10^{-7}. (Это

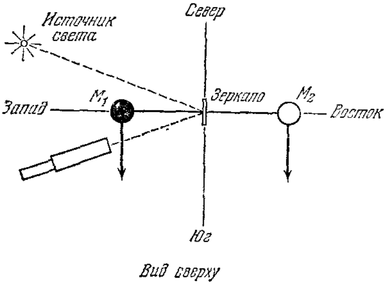

Рис. 14.3. Если инертные массы M_1 и M_2 равны, то горизонтальные составляющие центробежной силы (обозначенные стрелками) тоже равны, и крутильная нить не закручивается.

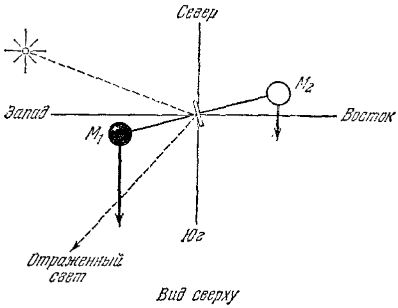

Рис. 14.4. Если инертная масса M_1 превышает M_2, то нить закручивается, и зеркало поворачивается.

следует из сопоставления данных для легких и тяжелых элементов периодической таблицы; у тяжелых элементов относительное содержание нейтронов больше, чем у легких.)

б) Значение Q для той части массы ядра, которая эквивалентна энергии связи ядра, равно единице с точностью до 10^{-5}.

в) Значение Q для той части массы атома, которая эквивалентна энергии связи с орбитальными электронами, равно единице с точностью до 1/200.

14.2. Гравитационная масса фотона

В гл. 12 было показано, что фотон с энергией $h\nu$, где ν — частота, должен обладать инертной массой, равной $h\nu/c^2$. Есть ли у фотона также и гравитационная масса? Имеются веские экспериментальные указания на то, что она есть и равна инертной массе. (При этом, разумеется, масса покоя равна нулю.)

Рассмотрим фотон, у которого на высоте L над поверхностью Земли частота равна ν и энергия $h\nu$. После падения с высоты L энергия фотона увеличивается на MgL и становится равной

$$h\nu' \cong h\nu+\frac{h\nu}{c^2}gL \tag{9}$$

в предположении, что во время падения масса фотона постоянна и равна $h\nu/c^2$ (это вытекает из того, что ν' мало отличается от ν). Таким образом, как это следует из (9), частота фотона после падения равна

$$\nu' \cong \nu\left(1+\frac{gL}{c^2}\right). \tag{10}$$

Если $L=20$ *м*, относительное смещение частоты составляет

$$\frac{\Delta\nu}{\nu}=\frac{gL}{c^2}\approx\frac{(10^3)(2\cdot10^3)}{(3\cdot10^{10})^2}\approx 2\cdot10^{-15}. \tag{11}$$

Этот фантастически малый эффект был действительно измерен для

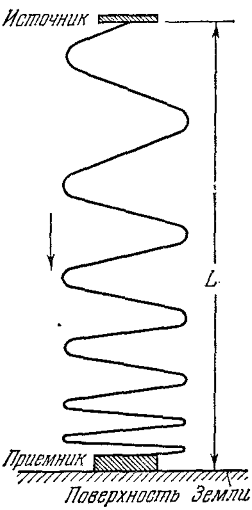

Рис. 14.5. Схема «гравитационного фиолетового смещения». Фотон, испущенный источником по направлению к центру Земли, теряет «потенциальную энергию» $\Delta U=(h\nu/c^2)\,gL$ и приобретает такую же «кинетическую энергию» при падении с высоты L. Частота фотона, воспринимаемая приемником, равна $\nu'=\nu\,(1+gL/c^2)$, где ν — частота того же фотона в момент испускания источником.

Рис. 14.6. *Нижний конец установки Паунда в Гарварде.* Г. А. Ребка-младший регулирует фотоумножитель по указаниям из контрольного пункта. В последующем варианте опыта была предусмотрена возможность регулировки температуры как источника, так и поглотителя. Все измеряемое гравитационное смещение составляет лишь около 1/500 ширины линии. Более или менее точное измерение столь малого смещения потребовало ряда специальных ухищрений. *(Воспроизводится с разрешения Р. В. Паунда.)*

источника гамма-лучей Паундом и Ребкой *). Для $\Delta\nu=\nu'-\nu$ они получили

$$\frac{(\Delta\nu)_{\text{эксп}}}{(\Delta\nu)_{\text{выч}}}=1{,}05\pm0{,}10, \tag{12}$$

где вычисленное значение $(\Delta\nu)_{\text{выч}}$ определялось из уравнения (10).

*) R. V. Pound and G. A. Rebka, Jr., Phys. Rev. Letters 4, 337 (1960).

Испущенный с бесконечного расстояния от Земли фотон частоты ν по достижении земной поверхности приобретет частоту ν', причем естественное обобщение уравнений (9) и (10) дает

$$\nu' \cong \nu\left(1+\frac{GM_З}{R_З c^2}\right). \tag{13}$$

Отметим, что в выражение смещения частоты входит отношение «гравитационного радиуса» Земли $GM_З/c^2$ (определение которого было дано в гл. 9) к ее фактическому радиусу. Это отношение составляет $6\cdot 10^{-10}$. Несколько больший в данном случае эффект имеет ту же природу, что и в (11), с той разницей, что здесь источник света расположен гораздо дальше от Земли.

Гравитационное красное смещение. Фотон частоты ν, покидающий звезду и уходящий в бесконечность, будет восприниматься в бесконечности с частотой

$$\nu' \cong \nu\left(1-\frac{GM_{зв}}{R_{зв}c^2}\right), \tag{14}$$

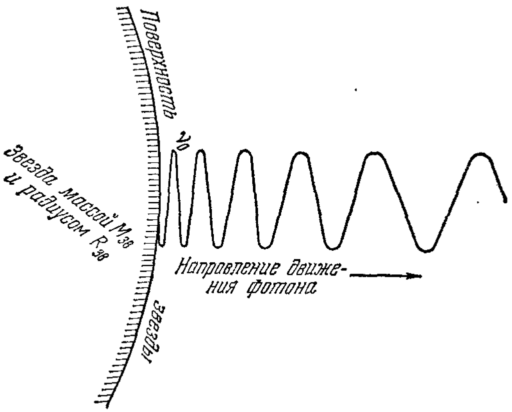

Рис. 14.7. Улетая в бесконечность с поверхности звезды, фотон приобретает «потенциальную энергию» и теряет такую же «кинетическую энергию». Если на поверхности звезды частота фотона равна ν, то в бесконечности она становится равной $\nu'=\nu(1-GM_{зв}/R_{зв}c^2)$.

где $M_{зв}$ и $R_{зв}$ — соответственно масса и радиус звезды. Это выражение есть не что иное, как выражение (13), видоизмененное с учетом того, что при удалении из гравитационного поля звезды фотон не приобретает, а теряет энергию. Принадлежащий голубой области спектра фотон испытывает смещение по частоте в сторону красного конца видимого спектра, вследствие чего этот эффект и известен под названием «гравитационное красное смещение». Его не следует смешивать с доплеровским красным смещением далеких звезд, приписываемым их кажущемуся радиальному движению в направлении от Земли, рассмотренному в гл. 10.

У белых карликов значения $M_{зв}/R_{зв}$ велики, вследствие чего они отличаются сравнительно большими величинами гравитационного красного смещения. Для Сириуса В вычисленное относительное смещение составляет

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} \cong -5{,}9\cdot 10^{-5}, \tag{15}$$

а измеренное равно $-6{,}6\cdot 10^{-5}$. Расхождение не выходит за пределы возможной ошибки, связанной с неопределенностью $M_{зв}$ и $R_{зв}$.

Пример. *Отклонение фотонов Солнцем.* Каково угловое отклонение светового луча или фотона, распространяющегося мимо Солнца у его края?

В этой задаче мы имеем дело с фотоном, движущимся со скоростью света в гравитационном поле. Без кропотливых вычислений, использующих специальную теорию относительности, правильного ответа на этот вопрос получить нельзя. Однако порядок величины правильного ответа можно получить с помощью довольно примитивных вычислений.

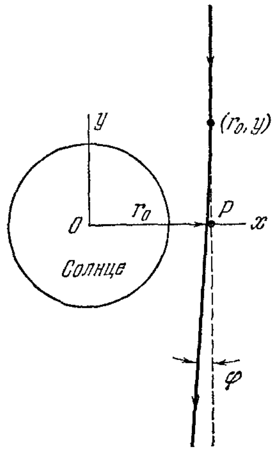

Рис. 14.8. Отклонение фотона гравитационным полем Солнца.

Обозначим массу фотона через $M_ф$; в дальнейшем выяснится, что $M_ф$ сокращается, так что нет надобности знать, чему эта масса равна. Положим, что световой луч проходит мимо Солнца с прицельным расстоянием r_0 от центра Солнца. В предположении, что отклонение очень мало, можно считать r_0 практически не зависящим от отклонения. Поперечная сила F_x, действующая на фотон в положении (r_0, y), равна

$$F_x = -GM_C M_ф \frac{r_0}{(r_0^2+y^2)^{3/2}}, \qquad (16)$$

где y измеряется от точки P, показанной на рис. 14.8. Конечное значение поперечной составляющей скорости фотона определяется уравнением

$$M_ф v_x = \int F_x\,dt = \int F_x \frac{dy}{v_y} \cong \frac{1}{c}\int F_x\,dy, \qquad (17)$$

откуда

$$v_x \cong -\frac{2GM_C r_0}{c}\int\limits_0^\infty \frac{dy}{(r_0^2+y^2)^{3/2}} \cong -\frac{2GM_C}{cr_0}. \qquad (18)$$

Если r_0 равно радиусу Солнца R_C, угловое отклонение равно

$$\varphi \cong \frac{|v_x|}{c} \cong \frac{2GM_C}{R_C c^2} \text{ рад}. \qquad (19)$$

Выполнив вычисления, находим $\varphi = 0{,}87''$. Более точное вычисление *), основанное на специальной теории относительности и принципе эквивалентности, предсказывает вдвое большее значение: $1{,}75''$. Последнее было проверено экспериментально с точностью, по-видимому, около 20%. (Скептические замечания по этому поводу появляются и до сего времени.)

При решении задач, связанных с процессами столкновений, и вычислении силы, действующей на частицу, в предположении

*) См., например, L. I. Schiff, Am. J. Phys. 28, 340 (1961).

прямолинейности траектории мы ограничиваемся так называемым импульсным приближением. Связь между $\int F_x\,dt$ и составляющей изменения импульса по оси x рассмотрена в гл. 5. Импульсное приближение часто бывает эффективным при условии, что истинная траектория не слишком отличается от прямой, по которой частица двигалась бы при отсутствии взаимодействия.

14.3. Принцип эквивалентности

Тот экспериментальный факт, что ни разу, ни при каких условиях не было обнаружено никакого различия между инертной и гравитационной массами тела, наводит на мысль, что тяготение в известном смысле может быть эквивалентным ускорению. Представим себе наблюдателя, находящегося в лифте и свободно падающего вместе с лифтом с ускорением g.

Принцип эквивалентности гласит, что для наблюдателя в свободно падающем лифте законы физики такие же, как и в инерциальных системах отсчета специальной теории относительности (по крайней мере в непосредственном соседстве с центром лифта). *Действия ускоренного движения и силы тяжести полностью взаимно уничтожаются.* Наблюдатель, сидящий в закрытом лифте и регистрирующий силы, представляющиеся ему гравитационными, не может сказать, какая доля этих сил обусловлена ускорением и какая — действительными гравитационными силами. Он вообще не обнаружит никаких сил, если только на лифт не подействуют какие-либо другие (т. е. отличные от гравитационных) силы. Постулированный принцип эквивалентности требует, в частности, чтобы отношение инертных масс к гравитационным удовлетворяло тождеству $M_{\text{ин}}/M_{\text{гр}}=1$. «Невесомость» человека в спутнике на орбите является следствием принципа эквивалентности.

Поиски математических следствий принципа эквивалентности приводят к общей теории относительности; дальнейшее обсуждение этого вопроса можно найти в соответствующей литературе. Классические опыты по проверке общей теории относительности подробно изложены в первой главе книги: L. Witten, Gravitation: An Introduction to Current Research (John Wiley and Sons, New York, 1962).

Задачи

1. Показать, что частота маятника, имеющего длину L, равна

$$\nu=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\left(\frac{M_{\text{гр}}}{M_{\text{ин}}}\cdot\frac{g}{L}\right)^{1/2},$$

где $M_{\text{гр}}$ и $M_{\text{ин}}$ — соответственно гравитационная и инертная массы. (Тщательные измерения, выполненные еще Бесселем с помощью маятников, показали равенство $M_{\text{гр}}$ и $M_{\text{ин}}$ с точностью до $1/(6\cdot 10^4)$.)

2. Найти выражение для гравитационного красного смещения, не прибегая к допущению, что $\Delta\nu/\nu\ll 1$ (но пренебрегая всеми следствиями, вытекающими из кривизны пространства). (Указание: исходить из уравнения $h\,\Delta\nu=-(h\nu/c^2)\times\times(M_{\text{С}}G/r^2)\Delta r$ и интегрировать по dr от $R_{\text{С}}$ до бесконечности и по $d\nu$ от ν до ν'.)