дит какой-то обмен масс, так что после удара масса частицы M_1 стала равной $\overline{M}_1$, а масса частицы M_2 стала равной $\overline{M}_2$, но при этом $M_1+M_2=\overline{M}_1+\overline{M}_2$, то те же самые выкладки, которые применялись выше, также могли бы применяться при выводе закона сохранения импульса. Это иллюстрируется приводимым ниже примером.

3.7. Химические реакции

Докажем, что при химической реакции, заключающейся в перегруппировке или обмене местами атомов реагирующих веществ, сохраняется полный импульс, если только выполняется закон сохранения массы. Предполагаем, что внешние силы не действуют.

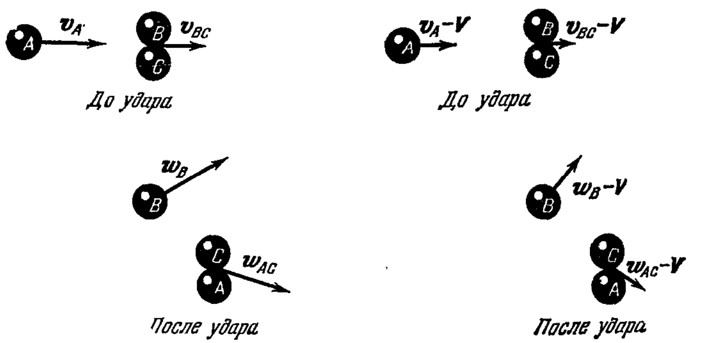

Рис. 3.16. После удара, совершающегося между атомом А и молекулой ВС, остаются атом В и молекула АС. Процесс соударения рассматривается относительно двух различных систем отсчета.

Пусть эта реакция описывается следующим уравнением:

$$\mathrm{A} + \mathrm{BC} \rightarrow \mathrm{B} + \mathrm{AC}, \tag{34}$$

где через ВС обозначена молекула, состоящая из атома В и атома С. В ходе реакции атом С присоединяется к атому А, образуя молекулу АС.

Определяя величины скоростей относительно какой-либо инерциальной системы отсчета, можно написать закон сохранения энергии в следующем виде:

$$\frac{1}{2} M_{\mathrm{A}} v_{\mathrm{A}}^2 + \frac{1}{2}(M_{\mathrm{B}} + M_{\mathrm{C}}) v_{\mathrm{BC}}^2 = \frac{1}{2} M_{\mathrm{B}} w_{\mathrm{B}}^2 + \frac{1}{2}(M_{\mathrm{A}} + M_{\mathrm{C}}) w_{\mathrm{AC}}^2 + \Delta\varepsilon. \tag{35}$$

Здесь $\Delta\varepsilon$ представляет собой сумму всех изменений энергии химических связей в молекулах, принимающих участие в реакции. В другой инерциальной системе отсчета, движущейся относительно первой со скоростью $\mathbf{V}$, можно написать уравнение этого закона, заменив $\mathbf{v}_A$ на $\mathbf{v}_A - \mathbf{V}$ и т. д.:

$$\frac{1}{2} M_A (\mathbf{v}_A - \mathbf{V})^2 + \frac{1}{2} (M_B + M_C)(\mathbf{v}_{BC} - \mathbf{V})^2 =$$
$$= \frac{1}{2} M_B (\mathbf{w}_B - \mathbf{V})^2 + \frac{1}{2} (M_A + M_C)(\mathbf{w}_{AC} - \mathbf{V})^2 + \Delta\varepsilon. \quad (36)$$

Развернув выражения для квадратов скобок, мы увидим, что уравнения (35) и (36) равносильны, если

$$M_A \mathbf{v}_A + (M_B + M_C)\mathbf{v}_{BC} = M_B \mathbf{w}_B + (M_A + M_C)\mathbf{w}_{AC}. \quad (37)$$

Это соотношение точно совпадает с формулировкой закона сохранения импульса.

Пример. *Столкновение тяжелой и легкой частиц.* Рассмотрим упругий удар при столкновении тяжелой частицы, имеющей массу M, с легкой частицей, масса которой равна m. Пусть до удара легкая частица была неподвижна. Начальная скорость тяжелой частицы равна $\mathbf{v}_т = v_т \hat{\mathbf{x}}$, а ее конечная скорость равна $\mathbf{w}_т$ (рис. 3.17). Если данный удар происходит так, что легкая частица начинает двигаться вперед в направлении $+\hat{\mathbf{x}}$, то какова будет ее скорость после удара $\mathbf{w}_л$? Какая доля энергии тяжелой частицы будет потеряна ею при этом ударе?

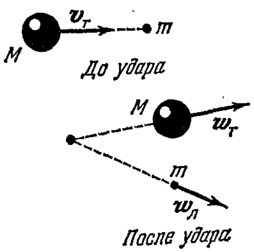

Рис. 3.17.

Согласно закону сохранения импульса, после удара конечная скорость тяжелой частицы не может иметь составляющей в направлении $\hat{\mathbf{y}}$, так что

$$M v_т \hat{\mathbf{x}} = M w_т \hat{\mathbf{x}} + m w_л \hat{\mathbf{x}}, \quad (38)$$

или

$$M v_т = M w_т + m w_л. \quad (39)$$

Из закона сохранения энергии следует (так как для упругого удара $\Delta\varepsilon = 0$):

$$\frac{1}{2} M v_т^2 = \frac{1}{2} M w_т^2 + \frac{1}{2} m w_л^2. \quad (40)$$

Используя уравнение (39), можно переписать уравнение (40) в следующем виде:

$$\frac{1}{2} M \left(w_т^2 + \frac{2m}{M} w_т w_л + \frac{m^2}{M^2} w_л^2 \right) = \frac{1}{2} M w_т^2 + \frac{1}{2} m w_л^2. \quad (41)$$

Если $m \ll M$, то можно не учитывать в скобках слагаемое порядка m^2/M^2, так что (41) приводится к такому соотношению:

$$m w_т w_л \cong \frac{1}{2} m w_л^2, \quad (42)$$

или

$$w_л \cong 2 w_т. \quad (43)$$

Следовательно, легкая частица начинает двигаться со скоростью, приблизительно вдвое большей, чем скорость тяжелой частицы после удара. Далее, подставляя $w_л$ из (43) в уравнение (39), получаем

$$Mv_т \cong Mw_т + 2mw_т, \tag{44}$$

или

$$\frac{\Delta v_т}{v_т} \cong \frac{v_т - w_т}{w_т} \cong \frac{2m}{M}. \tag{45}$$

Используя уравнение (45), можно определить долю энергии тяжелой частицы, потерянную при ударе:

$$\frac{\Delta\left(\frac{1}{2}Mv_т^2\right)}{\frac{1}{2}Mv_т^2} = \frac{Mv_т\Delta v_т}{\frac{1}{2}Mv_т^2} = \frac{2\Delta v_т}{v_т} \cong \frac{4m}{M}. \tag{46}$$

Другие примеры применения закона сохранения импульса разбираются в гл. 6.

3.8. Силы инерции

Мы знаем, что в инерциальной системе отсчета, согласно второму закону Ньютона,

$$\mathbf{F} = M\mathbf{a}_и, \tag{47}$$

где слева в уравнение входит приложенная сила $\mathbf{F}$, а справа через $\mathbf{a}_и$ обозначено ускорение, наблюдаемое в инерциальной системе

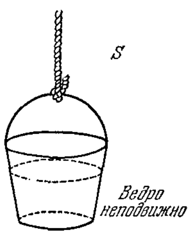

Рис. 3.18. Пример «фиктивных» сил — сил инерции, которые возникают в неинерциальных системах отсчета: когда ведро неподвижно относительно инерциальной системы отсчета S, поверхность воды плоская. Предполагается, что система S не обладает ускорением относительно удаленных звезд.

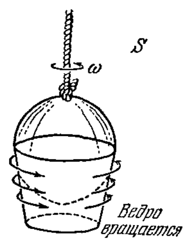

Рис. 3.19. Когда ведро вращается относительно инерциальной системы отсчета S, поверхность воды принимает форму параболоида.

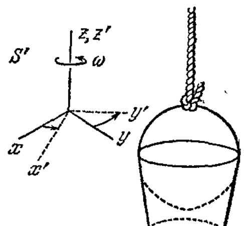

Рис. 3.20. Ведро неподвижно относительно вращающейся системы отсчета S'. Но поверхность воды все-таки имеет форму параболоида! В неинерциальной системе отсчета S' на воду действует центробежная сила инерции.

отсчета. Масса M принимается постоянной. Вектор $\mathbf{a}_и$ снабжен индексом «и» — начальной буквой слова *инерциальный*. Мы знаем, что уравнение (47) в том виде, как оно написано, не выполняется для неинерциальной системы отсчета, например для системы отсчета,