

Если эти бесконечно малые повороты совершаются за бесконечно малое время  $\Delta t$ , то мы можем дать следующее определение вектору угловой скорости:

$$\boldsymbol{\omega} \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \Phi \hat{\mathbf{e}}}{\Delta t}, \quad (96)$$

причем  $\boldsymbol{\omega}_3 = \boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\omega}_2$ . Этим равенством определяется вектор угловой скорости, направленный вдоль мгновенной оси вращения и имеющий абсолютную величину, выраженную в радианах на единицу времени.

Чтобы определить направление вращения (т. е. направление  $\hat{\mathbf{e}}$ ), мы опять применим правило правой руки: когда четыре пальца правой руки охватывают ось в направлении вращения, большой палец показывает направление вектора  $\boldsymbol{\omega}$ . Скорость любой фиксированной точки вращающегося твердого тела можно просто выразить через угловую скорость  $\boldsymbol{\omega}$ . Охарактеризуем положение данной точки твердого тела в лабораторной системе отсчета радиусом-вектором  $\mathbf{r}$ , проведенным из точки  $O$ , находящейся на оси вращения. Через малый промежуток времени той же точке из-за вращения тела будет соответствовать другой радиус-вектор, а ее скорость  $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}}$  будет иметь следующую абсолютную величину:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \rho \frac{d\varphi}{dt} = \rho |\boldsymbol{\omega}| = |\mathbf{r}| |\boldsymbol{\omega}| \sin \theta, \quad (97)$$

где  $\theta$  — полярный угол между  $\boldsymbol{\omega}$  и  $\mathbf{r}$ . Направление скорости  $\mathbf{v}$  перпендикулярно к  $\boldsymbol{\omega}$  и к  $\mathbf{r}$ . Вся эта информация содержится в следующем векторном уравнении:

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}, \quad (98)$$

относящемся к любой фиксированной точке вращающегося твердого тела.

### Из истории физики. Опыт с жидкостью во вращающемся сосуде и представления Ньютона об абсолютном и относительном движении

Ниже приводится отрывок из «Математических начал натуральной философии» Ньютона, впервые опубликованных в 1686 г.\*).

«Проявления, которыми различаются абсолютное и относительное движения, состоят в силах стремления удалиться от оси вращательного движения, ибо в чисто относительном вращательном движении эти силы равны нулю; в истинном же и абсолютном они больше или меньше, сообразно количеству движения.

Если на длинной нити подвесить сосуд и, вращая его, закрутить нить, пока она не станет совсем жесткой, затем наполнить сосуд водой и, удержав сперва вместе с водой в покое, пустить, то под действием появляющейся силы сосуд начнет вращаться и это вращение будет поддерживаться достаточно долго раскручиванием нити. Сперва поверхность воды будет оставаться плоской, как было до движения сосуда. Затем силой, постепенно действующей на воду, сосуд заставит и ее участвовать в своем вращении. По мере возрастания вращения вода будет постепенно отступать от середины сосуда и возвышаться по краям его, принимая впалую форму поверхности (я сам это пробовал делать)...

Вначале, когда относительное движение воды в сосуде было наибольшее, оно совершенно не вызвало стремления удалиться от оси — вода не стремилась к ок-

\*) Русский перевод акад. А. Н. Крылова, «Известия Николаевской морской академии», 1915, вып. 4, стр. 33—35. (Прим. ред.)

ружности и не повышалась у стенок сосуда, поверхность оставалась плоской и ее истинное вращательное движение еще не начиналось. Затем, когда относительное движение уменьшилось, повышение воды у стенок сосуда обнаруживало стремление удалиться от оси, и это стремление показывало постепенно возрастающее истинное вращательное движение, и когда оно стало наибольшим, вода установилась в покое относительно сосуда...

Распознавание истинных движений отдельных тел и точное их разграничение от кажущихся весьма трудно, ибо части того неподвижного пространства, о котором говорилось и в котором совершаются истинные движения тел, не ощущаются нашими чувствами. Однако это дело не вполне безнадежно. Основания для суждений можно заимствовать частью из кажущихся движений, представляющих разности истинных, частью из сил, представляющих причины и проявления истинных движений. Так, если два шара, соединенные нитью на данном друг от друга расстоянии, будут обращаться около их общего центра тяжести, то по натяжению нити можно будет узнать стремление шаров к удалению от оси вращения и по нему вычислить их угловую скорость. Если затем на противоположные стороны шаров заставить так действовать равные силы, чтобы они или ускоряли, или замедляли вращательное движение, то по увеличившемуся или по уменьшившемуся натяжению нити может быть обнаружено увеличение или уменьшение скорости движения, а таким образом можно будет найти те стороны шаров, к которым надо приложить силы, чтобы увеличение скорости движения стало наибольшим, т. е. найти те стороны шаров, которые обращены по направлению движения или по направлению, ему обратному. Когда эти передние и задние стороны будут найдены, то и движение будет вполне определено.

Таким образом могло бы быть определено количество и направление кругового движения внутри огромного пустого пространства, где не существовало бы никаких внешних, доступных чувствам признаков, к которым можно было бы относить положения шаров...»