

Сила, обусловленная градиентом давления, действует в направлении с севера на юг перпендикулярно к изобарам. Благодаря вращению Земли поток с севера на юг приобретает относительно вращающейся Земли составляющую в направлении с востока на запад. Эту задачу можно сразу понять, сопоставив ее с данным выше анализом движения маятника Фуко.

В северном полушарии ветры дуют вокруг зоны высокого атмосферного давления по направлению часовой стрелки, так как воздух, движущийся радиально от центра этой зоны, отклоняется вправо, если смотреть вдоль его направления движения.

### Математическое дополнение 1. Дифференцирование произведений векторов

В гл. 2 мы рассматривали дифференцирование векторов, в частности, напомним, что если

$$\mathbf{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}, \quad (89)$$

то

$$\dot{\mathbf{r}} = \dot{x}\hat{x} + \dot{y}\hat{y} + \dot{z}\hat{z} \quad (90)$$

при условии, что направления основных координатных векторов постоянны.

Теперь выведем следующее соотношение:

$$\frac{d}{dt} (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \dot{\mathbf{A}} \times \mathbf{B} + \mathbf{A} \times \dot{\mathbf{B}}. \quad (91)$$

Обозначим  $\mathbf{A}(t) \times \mathbf{B}(t)$  через  $\mathbf{P}(t)$  и рассмотрим следующее выражение:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(t + \Delta t) - \mathbf{P}(t) &= \mathbf{A}(t + \Delta t) \times \mathbf{B}(t + \Delta t) - \mathbf{A}(t) \times \mathbf{B}(t) \cong \\ &\cong \left[ \mathbf{A}(t) + \frac{d\mathbf{A}}{dt} \Delta t \right] \times \left[ \mathbf{B}(t) + \frac{d\mathbf{B}}{dt} \Delta t \right] - \mathbf{A}(t) \times \mathbf{B}(t) = \\ &= \Delta t \left[ \frac{d\mathbf{A}}{dt} \times \mathbf{B} + \mathbf{A} \times \frac{d\mathbf{B}}{dt} \right] + (\Delta t)^2 \left[ \frac{d\mathbf{A}}{dt} \times \frac{d\mathbf{B}}{dt} \right]. \end{aligned} \quad (92)$$

Отсюда следует:

$$\dot{\mathbf{P}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\mathbf{P}(t + \Delta t) - \mathbf{P}(t)}{\Delta t} = \dot{\mathbf{A}} \times \mathbf{B} + \mathbf{A} \times \dot{\mathbf{B}}. \quad (93)$$

Помните, что в векторных произведениях важен порядок сомножителей.

Подобным же способом можно доказать:

$$\frac{d}{dt} (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) = \dot{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{A} \cdot \dot{\mathbf{B}}. \quad (94)$$

### Математическое дополнение 2. Угловая скорость как векторная величина

В гл. 2 мы видели, что повороты на конечный угол не являются векторами, потому что при сложении двух таких поворотов не сохраняются свойства сложения векторов. Эта трудность не возникает при переходе к пределу для бесконечно малых поворотов, так как порядок, в котором производятся два бесконечно малых поворота, не влияет на конечное положение предмета (за исключением слагаемых одного порядка малости с квадратом величины бесконечно малых поворотов, а эти слагаемые в пределе исчезают). Если повернуть тело на бесконечно малый угол  $\Delta\varphi_1$  вокруг оси  $\hat{\mathbf{e}}_1$  и на бесконечно малый угол  $\Delta\varphi_2$  вокруг оси  $\hat{\mathbf{e}}_2$ , то при достаточно малых  $\Delta\varphi_1$  и  $\Delta\varphi_2$  последовательность, в которой совершаются эти повороты, не влияет на результат (мы предполагаем, что обе оси проходят через общую точку). Существует один поворот вокруг оси  $\hat{\mathbf{e}}_3$  на угол  $\Delta\varphi_3$ , который в пределе для бесконечно малых  $\Delta\varphi$  равносильен сумме поворотов 1 и 2. Этот поворот определяется следующим векторным уравнением (рис. 3.34):

$$\Delta\varphi_3 \hat{\mathbf{e}}_3 = \Delta\varphi_1 \hat{\mathbf{e}}_1 + \Delta\varphi_2 \hat{\mathbf{e}}_2. \quad (95)$$