Сила, обусловленная градиентом давления, действует в направлении с севера на юг перпендикулярно к изобарам. Благодаря вращению Земли поток с севера на юг приобретает относительно вращающейся Земли составляющую в направлении с востока на запад. Эту задачу можно сразу понять, сопоставив ее с данным выше анализом движения маятника Фуко.

В северном полушарии ветры дуют вокруг зоны высокого атмосферного давления по направлению часовой стрелки, так как воздух, движущийся радиально от центра этой зоны, отклоняется вправо, если смотреть вдоль его направления движения.

Математическое дополнение 1. **Дифференцирование произведений векторов**

В гл. 2 мы рассматривали дифференцирование векторов, в частности, напомним, что если

$$\mathbf{r}=x\hat{\mathbf{x}}+y\hat{\mathbf{y}}+z\hat{\mathbf{z}}, \tag{89}$$

то

$$\dot{\mathbf{r}}=\dot{x}\hat{\mathbf{x}}+\dot{y}\hat{\mathbf{y}}+\dot{z}\hat{\mathbf{z}} \tag{90}$$

при условии, что направления основных координатных векторов постоянны.

Теперь выведем следующее соотношение:

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{A}\times\mathbf{B})=\dot{\mathbf{A}}\times\mathbf{B}+\mathbf{A}\times\dot{\mathbf{B}}. \tag{91}$$

Обозначим $\mathbf{A}(t)\times\mathbf{B}(t)$ через $\mathbf{P}(t)$ и рассмотрим следующее выражение:

$$\mathbf{P}(t+\Delta t)-\mathbf{P}(t)=\mathbf{A}(t+\Delta t)\times\mathbf{B}(t+\Delta t)-\mathbf{A}(t)\times\mathbf{B}(t)\cong$$

$$\cong\left[\mathbf{A}(t)+\frac{d\mathbf{A}}{dt}\Delta t\right]\times\left[\mathbf{B}(t)+\frac{d\mathbf{B}}{dt}\Delta t\right]-\mathbf{A}(t)\times\mathbf{B}(t)=$$

$$=\Delta t\left[\frac{d\mathbf{A}}{dt}\times\mathbf{B}+\mathbf{A}\times\frac{d\mathbf{B}}{dt}\right]+(\Delta t)^2\left[\frac{d\mathbf{A}}{dt}\times\frac{d\mathbf{B}}{dt}\right]. \tag{92}$$

Отсюда следует:

$$\dot{\mathbf{P}}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\mathbf{P}(t+\Delta t)-\mathbf{P}(t)}{\Delta t}=\dot{\mathbf{A}}\times\mathbf{B}+\mathbf{A}\times\dot{\mathbf{B}}. \tag{93}$$

Помните, что в векторных произведениях важен порядок сомножителей.

Подобным же способом можно доказать:

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B})=\dot{\mathbf{A}}\cdot\mathbf{B}+\mathbf{A}\cdot\dot{\mathbf{B}}. \tag{94}$$

Математическое дополнение 2. **Угловая скорость как векторная величина**

В гл. 2 мы видели, что повороты на конечный угол не являются векторами, потому что при сложении двух таких поворотов не сохраняются свойства сложения векторов. Эта трудность не возникает при переходе к пределу для бесконечно малых поворотов, так как порядок, в котором производятся два бесконечно малых поворота, не влияет на конечное положение предмета (за исключением слагаемых одного порядка малости с квадратом величины бесконечно малых поворотов, а эти слагаемые в пределе исчезают). Если повернуть тело на бесконечно малый угол $\Delta\varphi_1$ вокруг оси $\hat{\mathbf{e}}_1$ и на бесконечно малый угол $\Delta\varphi_2$ вокруг оси $\hat{\mathbf{e}}_2$, то при достаточно малых $\Delta\varphi_1$ и $\Delta\varphi_2$ последовательность, в которой совершаются эти повороты, не влияет на результат (мы предполагаем, что обе оси проходят через общую точку). Существует один поворот вокруг оси $\hat{\mathbf{e}}_3$ на угол $\Delta\varphi_3$, который в пределе для бесконечно малых $\Delta\varphi$ равносилен сумме поворотов 1 и 2. Этот поворот определяется следующим векторным уравнением (рис. 3.34):

$$\Delta\varphi_3\hat{\mathbf{e}}_3=\Delta\varphi_1\hat{\mathbf{e}}_1+\Delta\varphi_2\hat{\mathbf{e}}_2. \tag{95}$$

Если эти бесконечно малые повороты совершаются за бесконечно малое время Δt, то мы можем дать следующее определение вектору угловой скорости:

$$\boldsymbol{\omega} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi\,\hat{\mathbf{e}}}{\Delta t}, \tag{96}$$

причем $\boldsymbol{\omega}_3 = \boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\omega}_2$. Этим равенством определяется вектор угловой скорости, направленный вдоль мгновенной оси вращения и имеющий абсолютную величину, выраженную в радианах на единицу времени.

Чтобы определить направление вращения (т. е. направление $\hat{\mathbf{e}}$), мы опять применим правило правой руки: когда четыре пальца правой руки охватывают ось в направлении вращения, большой палец показывает направление вектора $\boldsymbol{\omega}$. Скорость любой фиксированной точки вращающегося твердого тела можно просто выразить через угловую скорость $\boldsymbol{\omega}$. Охарактеризуем положение данной точки твердого тела в лабораторной системе отсчета радиусом-вектором $\mathbf{r}$, проведенным из точки O, находящейся на оси вращения. Через малый промежуток времени той же точке из-за вращения тела будет соответствовать другой радиус-вектор, а ее скорость $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}}$ будет иметь следующую абсолютную величину:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \rho \frac{d\varphi}{dt} = \rho\,|\boldsymbol{\omega}| = |\mathbf{r}|\,|\boldsymbol{\omega}|\sin\theta, \tag{97}$$

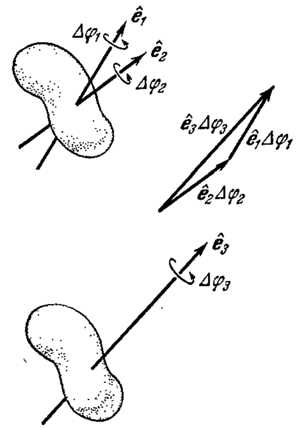

Рис. 3.34

где θ — полярный угол между $\boldsymbol{\omega}$ и $\mathbf{r}$. Направление скорости $\mathbf{v}$ перпендикулярно к $\boldsymbol{\omega}$ и к $\mathbf{r}$. Вся эта информация содержится в следующем векторном уравнении:

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}, \tag{98}$$

относящемся к любой фиксированной точке вращающегося твердого тела.

Из истории физики. Опыт с жидкостью во вращающемся сосуде и представления Ньютона об абсолютном и относительном движении

Ниже приводится отрывок из «Математических начал натуральной философии» Ньютона, впервые опубликованных в 1686 г.*).

«Проявления, которыми различаются абсолютное и относительное движения, состоят в силах стремления удалиться от оси вращательного движения, ибо в чисто относительном вращательном движении эти силы равны нулю; в истинном же и абсолютном они больше или меньше, сообразно количеству движения.

Если на длинной нити подвесить сосуд и, вращая его, закрутить нить, пока она не станет совсем жесткой, затем наполнить сосуд водой и, удержав сперва вместе с водой в покое, пустить, то под действием появляющейся силы сосуд начнет вращаться и это вращение будет поддерживаться достаточно долго раскручиванием нити. Сперва поверхность воды будет оставаться плоской, как было до движения сосуда. Затем силой, постепенно действующей на воду, сосуд заставит и ее участвовать в своем вращении. По мере возрастания вращения вода будет постепенно отступать от середины сосуда и возвышаться по краям его, принимая впалую форму поверхности (я сам это пробовал делать)...

Вначале, когда относительное движение воды в сосуде было наибольшее, оно совершенно не вызывало стремления удалиться от оси — вода не стремилась к ок-

*) Русский перевод акад. А. Н. Крылова, «Известия Николаевской морской академии», 1915, вып. 4, стр. 33—35. (*Прим. ред.*)