а потенциальная энергия единицы массы равна (при условии, что в центре Земли потенциальная энергия равна нулю)

$$U_{\text{экв}}(r)=U_{\text{пол}}(r)+\frac{1}{2}\omega^2 r^2,$$

где $U_{\text{экв}}(r)$ и $U_{\text{пол}}(r)$ — значения потенциальной энергии соответственно на экваторе и на полюсе. Пусть величины деформации поверхности уровня моря по сравнению с ее шаровой формой радиуса $R_З$ равны соответственно $D_{\text{экв}}$ и $D_{\text{пол}}$. Так как

$$U_{\text{экв}}(R_З+D_{\text{экв}})=U_{\text{пол}}(R_З+D_{\text{пол}}),$$

то для решения надо доказать, что

$$g(D_{\text{экв}}-D_{\text{пол}})\cong\frac{1}{2}\omega^2 R_З^2,$$

где g — имеет обычное значение. Из этого приближенного равенства следует:

$$\frac{D_{\text{экв}}-D_{\text{пол}}}{R_З}\cong\frac{\omega^2 R_З}{g}\cong\frac{3,4}{980}=\frac{1}{288}.$$

Это очень близко к $\frac{1}{298,4}$ — величине, измеренной для фактической формы поверхности Земли.

18. *Причина приливов и отливов.* Разберем причину приливов и отливов. Основной приливообразующей силой является разность между силой притяжения Луны, действующей на воду океана, и силой ее притяжения, действующей на саму Землю. Более подробное объяснение причины приливов и отливов можно прочесть в элементарном курсе астрономии. На основе этого объяснения дайте правильный ответ на следующий вопрос:

Почему приливы одновременно происходят в двух точках Земли, из которых одна ближе всего к Луне, а другая находится на противоположной стороне Земли? Иными словами, почему приливы происходят не один, а два раза в сутки?

Дополнение 1. **Теорема о вириале**

Выше мы привели без доказательства следующий важный вывод: *невозможно устойчивое равновесие системы материальных точек, взаимодействующих по закону обратных квадратов.* Это означает, что в системе, где действуют только силы, величина которых определяется законом обратных квадратов, состояние с кинетической энергией, равной нулю, не может быть устойчивым. Этот вывод относится как к электронам в атоме, так и к атомам в звезде или к звездам в галактике. Из него следует, что окружающая нас материя должна во всех своих формах состоять из движущихся тел и только в каком-то среднем, относительном смысле мы можем считать определенную ее часть неподвижной.

Мы можем встретиться с *установившимся состоянием*, где в среднем не происходят значительные изменения, но не со *статическим состоянием*, где вообще нет движения.

Применение *теоремы о вириале* *) дает нам возможность определить среднюю (за большой промежуток времени) величину кинетической энергии системы частиц, движущихся в ограниченной области пространства под влиянием сил, действующих по закону обратных квадратов:

$$\langle\text{кинетическая энергия}\rangle=-\frac{1}{2}\langle\text{потенциальная энергия}\rangle, \tag{93}$$

*) Область применения теоремы о вириале не ограничивается силами, действующими по закону обратных квадратов. Однако только для сил, подчиняющихся закону обратных квадратов, коэффициент в правой части уравнения (93) равен —1/2.

где угловые скобки означают среднюю величину за очень большой промежуток времени. Обычно в каждом конкретном случае ясно, что мы подразумеваем под «очень большим промежутком времени». Входящая в соотношение (93) потенциальная энергия определяется так, чтобы она обращалась в нуль, когда все частицы удалены друг от друга на бесконечно большое расстояние.

Докажем теперь теорему о вириале для сил, действующих по закону обратных квадратов. Сначала рассмотрим движение одной материальной точки в поле центральных сил, описываемых следующим уравнением для потенциальной энергии:

$$U(r)=\frac{C}{r}, \tag{94}$$

где C — постоянная. Уравнение движения этой материальной точки для нерелятивистских скоростей:

$$\mathbf{F}=\frac{C}{r^2}\hat{\mathbf{r}}=M\dot{\mathbf{v}}. \tag{95}$$

Помножим скалярно на $\mathbf{r}$ обе части уравнения (95):

$$\mathbf{r}\cdot\mathbf{F}=M\mathbf{r}\cdot\dot{\mathbf{v}}=\frac{C}{r}=U(r). \tag{96}$$

Далее, заметим, что

$$M\frac{d}{dt}(\mathbf{r}\cdot\mathbf{v})=M\dot{\mathbf{r}}\cdot\mathbf{v}+M\mathbf{r}\cdot\dot{\mathbf{v}}=M\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}+M\mathbf{r}\cdot\dot{\mathbf{v}}. \tag{97}$$

Комбинируя (96) и (97), получим

$$M\frac{d}{dt}(\mathbf{r}\cdot\mathbf{v})=2K+U, \tag{98}$$

где $K={}^1/_2Mv^2$ — кинетическая энергия. Следовательно,

$$\frac{1}{2}M\frac{d}{dt}(\mathbf{r}\cdot\mathbf{v})=\frac{1}{2}Mv^2+\frac{C}{2r}=\frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{2}U(r), \tag{99}$$

где $\mathbf{r}$ и $\mathbf{v}$ изменяются со временем. Для сил притяжения величина C отрицательна, и можно представить себе такое состояние пространственно ограниченного движения материальной точки, при котором она в течение какого угодно большого промежутка времени остается в пределах конечного объема, окружающего центр действия сил. Рано или поздно материальная точка, не выходящая за пределы конечной области пространства, должна изменить направление движения, и поэтому должна существовать верхняя граница для величины $\mathbf{r}\cdot\mathbf{v}$. В среднем эта величина должна увеличиваться так же часто, как и уменьшаться. Если мы усредним ее за большое число циклов движения, то среднее по времени значение величины $d(\mathbf{r}\cdot\mathbf{v})/dt$ для частицы, движущейся в пределах конечной области пространства, должно быть равно нулю. Следовательно, если усреднить по времени уравнение (99) для такого пространственно ограниченного движения, то получится

$$\frac{1}{2}M\langle v^2\rangle=-\frac{1}{2}\langle U\rangle, \tag{100}$$

или:

Средняя кинетическая энергия материальной точки, совершающей пространственно ограниченное движение под действием сил притяжения, подчиняющихся закону обратных квадратов, равна половине ее средней потенциальной энергии с обратным знаком.

Уравнение (100) называется *теоремой о вириале* *). Оно не означает, что кинетическая и потенциальная энергии материальной точки в любой момент должны быть связаны этим соотношением; утверждение теоремы относится только к средним значениям за длительные периоды времени **).

Та же теорема справедлива и для любого числа материальных точек, удерживаемых внутри некоторого ограниченного объема взаимными силами притяжения, действующими по закону обратных квадратов, если даже не все массы этих точек одинаковы и если некоторые из сил являются силами отталкивания (например, в молекуле, представляющей собой систему из электронов и атомных ядер). Чтобы доказать это, рассмотрим N материальных точек (обозначим их 1, 2, ..., N) с массами $M_1, M_2, \ldots, M_N$. Мы можем выразить потенциальную энергию взаимодействия между i-й и j-й материальными точками в следующем виде:

$$U_{ij}=\frac{C_{ij}}{r_{ij}}, \tag{101}$$

где C_{ij} — положительная или отрицательная постоянная, а $\mathbf{r}_{ij}=\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j$. По определению

$$C_{ij}=C_{ji}. \tag{102}$$

Полная потенциальная энергия

$$U=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}{}'\sum_{j=1}^{N}\frac{C_{ij}}{r_{ij}}, \tag{103}$$

куда введена дробь 1/2, так как каждая пара индексов входит в сумму дважды. Штрих при одном из знаков суммирования означает, что мы исключаем из суммы те слагаемые, для которых $i=j$. Теперь докажем обобщенную теорему о вириале, исходя из N уравнений движения, по одному для каждой материальной точки:

$$M_i\dot{\mathbf{v}}_i=\sum_{j=1}^{N}{}'\frac{C_{ij}}{r_{ij}^3}(\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j). \tag{104}$$

Сначала помножим обе части скалярно на $\mathbf{r}_i$ и просуммируем для всех материальных точек:

$$\sum_{i=1}^{N}M_i(\mathbf{r}_i\cdot\dot{\mathbf{v}}_i)=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}{}'\frac{C_{ij}}{r_{ij}^3}(\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j)\cdot\mathbf{r}_i. \tag{105}$$

Каждое слагаемое в левой части можно преобразовать, используя формулу (97), так что левая часть (л. ч.) уравнения (105) примет следующий вид:

$$\text{л.ч.}=-\sum_{i=1}^{N}M_iv_i^2+\frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{N}M_i(\mathbf{r}_i\cdot\mathbf{v}_i), \tag{106}$$

или

$$\text{л.ч.}=-2\,(\text{кинетическая энергия})+\frac{1}{2}\frac{d^2}{dt^2}\sum_{i=1}^{N}M_i\mathbf{r}_i^2. \tag{106a}$$

---

*) Для движения одной материальной точки *вириалом* называется величина

$$-1/2\ \langle\mathbf{r}\cdot\mathbf{F}\rangle,$$

которая, согласно уравнению (96), равна $-\,^1/_2\,\langle U\rangle$, если сила $\mathbf{F}$ определяется по закону обратных квадратов. (*Прим. ред.*)

**) При первом чтении этой главы можно пропустить дальнейший текст, начиная с этого места, и сразу перейти к примерам.

Для последнего преобразования мы использовали следующее тождество:

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{r}\cdot\mathbf{r}) = 2(\mathbf{r}\cdot\dot{\mathbf{r}}) = 2(\mathbf{r}\cdot\mathbf{v}).$$

Правая часть (п. ч.) уравнения (105) равна *)

$$\text{п.ч.} = \sum_i{}' \sum_j \frac{C_{ij}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)\cdot\mathbf{r}_i}{r_{ij}^3}. \tag{107}$$

В этом выражении i и j представляют собой просто индексы, которые мы можем заменить любыми другими индексами, не меняя величину п. ч. Таким образом, получим

$$\text{п.ч.} = \sum_i{}' \sum_j \frac{C_{ij}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)\cdot\mathbf{r}_j}{r_{ji}^3}. \tag{108}$$

Но $r_{ij} = r_{ji}$ и, на основании (102), $C_{ij} = C_{ji}$, так что мы можем переписать (108) так:

$$\text{п.ч.} = -\sum_i{}' \sum_j \frac{C_{ij}}{r_{ij}^3}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)\cdot\mathbf{r}_j. \tag{109}$$

Сложив половину от двойной суммы (107) с половиной от двойной суммы (109) и использовав тождество $(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)\cdot(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \equiv r_{ij}^2$, получаем

$$\text{п.ч.} = \frac{1}{2}\sum_i{}' \sum_j \frac{C_{ij}}{r_{ij}} = U, \tag{110}$$

т. е. потенциальную энергию, согласно уравнению (103). Приравнивая л. ч. и п. ч. в (106а) и (110), получаем

$$-\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left(\sum_i M\mathbf{r}_i\cdot\mathbf{v}_i\right) + \text{полная кинетическая энергия} =$$

$$= -\frac{1}{2}\,(\text{полная потенциальная энергия}). \tag{111}$$

Среднее за большой период времени от первого слагаемого в левой части (111) равно нулю, если частицы остаются неограниченно долго внутри некоторого ограниченного объема, и мы приходим к следующему равенству:

$$\boxed{\langle\text{полная кинетическая энергия}\rangle = -\frac{1}{2}\langle\text{полная потенциальная энергия}\rangle} \tag{112}$$

для системы материальных точек, движущихся в ограниченной части пространства под действием электростатических или гравитационных сил.

Когда эти материальные точки заключены в каком-либо сосуде, то от действия на них стенок сосуда возникают дополнительные силы, не учитывающиеся при этом выводе и изменяющие вид формулы (112), иногда совсем незначительно. Результат, выражаемый формулой (112), остается верным даже в тех случаях, когда при описании состояния системы материальных точек следует учитывать и квантовые поправки. Теорема о вириале сохраняет силу как для взаимодействия электронов и атомных ядер в молекулах или кристаллах, так и для взаимодействия между атомами, образующими звезду, или между звездами, образующими галактику.

Из теоремы о вириале в ее общем виде (112) следует не только то, что материальные точки, связанные между собой силами, действующими по закону обрат-

*) Половина среднего по времени значения этой двойной суммы, взятая с обратным знаком, называется *вириалом* системы материальных точек, между которыми действуют силы, подчиняющиеся закону обратных квадратов. (*Прим. ред.*)

ных квадратов, должны иметь кинетическую энергию, но и то, что кинетическая и потенциальная энергии такой системы всегда сравнимы по величине. Даже если часть материальных точек в начальный момент не движется, силы притяжения, величина которых обратно пропорциональна квадрату расстояния, сближают эти точки друг с другом, увеличивая значение как потенциальной, так и кинетической энергии до тех пор, пока средняя кинетическая энергия не станет равной с обратным знаком половине средней потенциальной энергии. В приводимом ниже примере мы воспользуемся теоремой о вириале, чтобы оценить величину температуры внутри Солнца, представляющего собой, как почти все звезды, массу сжатого раскаленного газа.

Теорема о вириале служит ключом к пониманию строения любого вещества, в котором силы сцепления обусловлены главным образом притяжением частиц по закону обратных квадратов. Среднее расстояние между атомами или атомными ядрами в типичной звезде, по-видимому, всегда больше 10^{-10} *см*, так как плотность такой звезды не превышает 10^{-7} *г/см*^{3}. Такие расстояния слишком велики для сильных ядерных взаимодействий, эффективных в пределах около 10^{-13} *см*; поэтому только силы гравитационного притяжения соединяют звезду в единое целое.

П р и м е р. *Температура внутри Солнца.* Оценим величину средней температуры внутри Солнца. Собственная гравитационная энергия U_C однородной звезды массой M_C и радиусом R_C, согласно расчету, произведенному выше, равна

$$U_C = -\frac{3GM_C}{5R_C}. \tag{113}$$

Средняя кинетическая энергия одного атома пропорциональна *) абсолютной температуре T:

$$\langle \text{кинетическая энергия материальной точки} \rangle = \frac{3}{2} kT, \tag{114}$$

где постоянная k (постоянная Больцмана) равна

$$k = 1{,}38 \cdot 10^{-16} \text{ эрг/град К}. \tag{115}$$

Суммарная кинетическая энергия всех атомов звезды равна $^3/_2\, NkT_{ср}$, где $T_{ср}$ — средняя температура внутри звезды. Используя уравнение (113), можно получить на основании теоремы о вириале:

$$\frac{3}{2} NkT_{ср} = \langle \text{кинетическая энергия всех атомов} \rangle =$$
$$= -\frac{1}{2} \langle \text{потенциальная энергия Солнца} \rangle \approx \frac{3GM_C^2}{10R_C}. \tag{116}$$

Таким образом,

$$T_{ср} \approx \frac{GM_C^2}{5R_C Nk} = \frac{GM_C M}{5R_C k}, \tag{117}$$

где $M = M_C/N$ — средняя масса одного атома. Большинство атомов в звезде — это атомы водорода или гелия.

Масса Солнца M_C равна приблизительно $2 \cdot 10^{33}$ *г*, а его радиус R_C — приблизительно $7 \cdot 10^{10}$ *см*. Примем M равной $3 \cdot 10^{-24}$ *г*, т. е. примерно удвоенной массе протона **).

---

*) Это соотношение обычно называется в курсах физики *законом равномерного распределения энергии* по степеням свободы, впервые сформулированным Больцманом. Мы подробно обсудим его в т. V. При очень больших плотностях уравнение (114) не всегда справедливо, так как в нем не учитываются квантовые эффекты; но оно должно выполняться при условиях, существующих внутри большинства горячих звезд.

**) Содержание водорода в составе Солнца оценивается примерно в 60% по массе. Большая часть остального вещества — это гелий; имеется еще немного кислорода и следы других элементов.

Тогда из уравнения (117) получаем

$$T_{\text{ср}} \approx \frac{(7\cdot 10^{-8})\,(2\cdot 10^{33})\,(3\cdot 10^{-24})}{5\,(7\cdot 10^{10})\,(1\cdot 10^{-16})} \approx 10^{7}\ {}^{\circ}\text{K}. \tag{118}$$

Эта температура соответствует энергии порядка 10^3 *эв*, достаточной для полной ионизации атомов с малым атомным номером. Но если атомы водорода и гелия ионизованы, то общее число частиц N надо увеличить, прибавив к нему число свободных электронов, и, как следует из уравнения (117), средняя температура окажется в 2—3 раза ниже значения, полученного в (118). Имеются данные, что Солнце не изотермично во всем его объеме, т. е. не находится при постоянной температуре. Тем не менее результат нашей оценки близок к тому, что получается при более обоснованных расчетах средней температуры ядра Солнца. Температура на его поверхности намного ниже: как показывает подсчет по величине потока излучения, испускаемого Солнцем, эта температура составляет около $6\cdot 10^{3}\ {}^{\circ}$K. Наш результат (118) для средней температуры Солнца более чем в 10^3 раз превышает визуально оцениваемую температуру его поверхности.

Этот замечательный результат выведен нами на основании немногих теоретических предпосылок и совсем малого количества экспериментальных данных, для получения которых вовсе не надо было удаляться с Земли. Мы не в состоянии заглянуть внутрь Солнца, и все-таки мы можем рассчитать с известной степенью достоверности существующие там температурные условия. Есть еще один способ независимой оценки температуры ядра Солнца — расчет ее по величине суммарного потока солнечного излучения, зависящей от скорости «выгорания» ядерного горючего *) внутри Солнца.

Пример. *Сжатие галактик.* Предположим, что какая-то туманность состоит из частиц, между каждой парой которых действуют силы тяготения, и что эта система обладает значительной кинетической энергией, как-то распределенной между частицами. При каких условиях туманность будет расширяться или сжиматься или сохранять те же средние размеры?

Из закона сохранения энергии следует такое соотношение между кинетической и потенциальной энергией системы:

$$E = K + U. \tag{119}$$

Характер изменения размеров туманности зависит от соотношения начальных абсолютных величин положительной кинетической энергии K и всегда отрицательной потенциальной энергии U.

а) Если $K > |U|$, то полная энергия $E > 0$ и туманность (или по крайней мере часть ее) должна неограниченно расширяться. Эта туманность расширяется, потому что в противном случае при данном исходном предположении ($K > |U|$) нарушалась бы теорема о вириале. Действительно, если бы туманность оставалась внутри некоторого конечного объема, то должно было бы выполняться уравнение (112) теоремы о вириале. Согласно этой теореме $\langle U\rangle = -2\langle K\rangle$, и, таким образом,

$$\langle E\rangle = \langle K\rangle + \langle U\rangle = -\langle K\rangle \leqslant 0, \tag{120}$$

где угловыми скобками обозначены величины, средние по времени. Однако полная энергия замкнутой системы не зависит от времени, т. е. всегда $E = \langle E\rangle$, и, следовательно, согласно (120) $E \leqslant 0$. Этот результат противоречит исходному предположению, что $K > |U|$. Таким образом, доказано, что туманность не может оставаться в пределах конечного объема, т. е. она расширяется.

б) Если $K < |U|$, то $E < 0$ и совокупность частиц, образующих туманность, не может неограниченно расширяться. При бесконечно больших расстояниях между телами потенциальная энергия обращается в нуль и вся энергия системы становится кинетической, т. е. положительной. Если в начальный момент полная энергия была отрицательной, то потенциальная энергия не может обратиться в нуль сразу для всех тел, входящих в систему, хотя, в зависимости от начальных условий, некоторые из них все же могут удалиться на бесконечно большое расстояние.

*) Этот процесс представляет собой термоядерную реакцию. (*Прим. ред.*)

Следует ожидать, что такое скопление тел должно сохранять известную компактность, потому что для значений энергии, средних по времени, должна выполняться теорема о вириале. Ниже мы доказываем, что любая достаточно большая газообразная туманность, для которой $E<0$, должна в конце концов сконденсироваться, образовав звезду. Это утверждение отнюдь не является бесспорным доказательством, что звезды образовались вследствие сжатия туманностей, но делает весьма правдоподобной именно такую возможность их возникновения.

Следствия потерь энергии на излучение. Нагретые тела отдают энергию в форме электромагнитного излучения. При понижении температуры интенсивность излучения уменьшается, но не обращается в нуль, если не равна нулю абсолютная температура. Однако газовая туманность, соединяемая воедино силами гравитационного притяжения, не может достигнуть нулевой температуры. В действительности, *когда туманность излучает энергию, ее температура даже возрастает.*

Этот парадоксально звучащий вывод непосредственно следует из теоремы о вириале и из закона равномерного распределения энергии по степеням свободы. Согласно (120) между величинами полной энергии и средней по времени кинетической энергии, существует следующее соотношение:

$$E=-\langle K\rangle, \tag{121}$$

а из уравнения (114), выражающего закон равномерного распределения энергии по степеням свободы, следует, что для материальных точек, находящихся в термическом равновесии при температуре T,

$$\langle K\rangle=\frac{3}{2}NkT. \tag{122}$$

Таким образом,

$$E=-\frac{3}{2}NkT, \quad T=-\frac{2}{3Nk}E. \tag{123}$$

Изменение энергии на величину ΔE вызывает изменение температуры ΔT, равное, согласно (123),

$$\Delta T=-\frac{2}{3Nk}\Delta E. \tag{124}$$

Если ΔE отрицательно из-за потерь энергии на излучение, то ΔT должно быть положительным. Далее, согласно теореме о вириале *при уменьшении E должны возрастать* величины $\langle K\rangle$ и $|\langle U\rangle|$. Увеличение $|\langle U\rangle|$ означает, что усиливается гравитационное взаимодействие частиц, а это может произойти только при сжатии туманности. По той же причине *должна увеличиваться* кинетическая энергия искусственного спутника, когда из-за сопротивления атмосферы уменьшается высота его полета над Землей.

Если энергия затрачивается на излучение, то туманность постепенно сжимается и становится еще более горячей, т. е. ее средняя температура возрастает тем быстрее, чем быстрее она излучает энергию и при этом сжимается. Уравнение (117) показывает, как связана уменьшающаяся величина радиуса звезды $R_{зв}$ с ее возрастающей средней температурой $T_{ср}$. В конце концов эта температура становится настолько высокой, что могут начаться ядерные реакции *). Когда главным источником энергии становятся ядерные реакции, гравитационное сжатие звезды замедляется или совсем прекращается, потому что увеличение давления излучения противодействует дальнейшему сжатию звездного вещества. Таково нынешнее состояние нашего Солнца. Приблизительно через $7\cdot 10^9$ лет, когда в результате термоядерного «горения» бо́льшая часть водорода Солнца превратится в гелий,

---

*) Чтобы произошла ядерная реакция, два атомных ядра должны хоть на мгновение сблизиться до расстояний порядка 10^{-13} *см*. Кулоновское отталкивание между ядрами удерживает их на значительно бо́льших расстояниях друг от друга, за исключением тех случаев, когда $T>10^7$ °К для протонов и $T>10^8$ °К для ядер атомов гелия. Пользуясь квантовой теорией, можно произвести количественный расчет этих температур «зажигания» термоядерной реакции.

опять начнется сжатие и возобновится процесс постепенного повышения средней температуры внутри Солнца *).

Любая достаточно большая газовая туманность, соединенная в одно целое собственным взаимным гравитационным притяжением, превратится в ходе эволюции в звезду или в несколько звезд; это является необходимым следствием того факта, что зависимость сил притяжения от расстояния подчиняется закону обратных квадратов.

Теперь, ограничиваясь умозрительными доводами, попытаемся использовать наши представления о характере гравитационного притяжения для ответа на вопрос, почему звезды группируются в галактики. *Тут мы располагаем значительно менее надежной базой*, чем в наших предыдущих рассуждениях. Типичная галактика состоит примерно из 10^9—10^{11} звезд (рис. 9.29). Попытаемся обобщить удачную и бесспорно правильную модель эволюции звезды на значительно менее

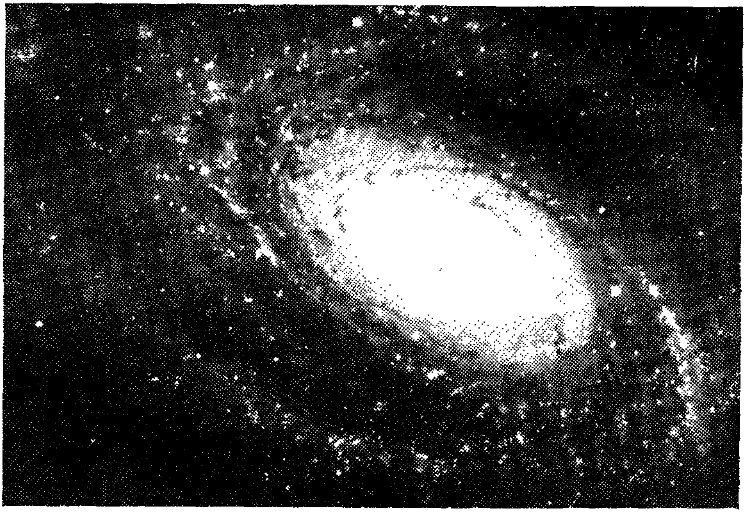

Рис. 9.29. Спиральная галактика M81. *(Фото Ликской обсерватории.)*

понятную проблему происхождения галактик. Это обобщение является смелым и дерзким, а его стиль типичен для первых попыток объяснения малопонятных явлений исходя из известных физических законов. Бо́льшая часть открытий в области точных наук как раз отличается смелыми приближениями, упрощениями, экстраполяциями.

Исходя из того факта, что любая масса газа сжимается, если абсолютная величина ее потенциальной энергии значительно превосходит величину кинетической энергии, мы пришли к выводу, что любая достаточно бо́льшая масса газа, однородная по температуре и плотности, является гравитационно неустойчивой. Различные части этой массы начнут независимо друг от друга сжиматься, образуя

*) Если на какой-то стадии эволюции звезды больше не выполняется уравнение (114), то эти качественные соображения теряют силу, потому что средняя кинетическая энергия одноатомной молекулы уже не равна $^3/_2\ kT$. В нормальных твердых и жидких веществах группа частиц, движущихся в ограниченной области пространства под действием сил притяжения, может перестать излучать и перестать сжиматься, когда становятся преобладающими квантовомеханические свойства системы. В тт. IV и V мы познакомимся с методами оценки характера и значения этих квантовых особенностей в различных условиях.

большие скопления, если ее потенциальная энергия превосходит удвоенную внутреннюю кинетическую энергию. Типичный радиус R такого скопления определяется из уравнения (117):

$$\frac{GM^2}{5R} \cong NkT, \tag{125}$$

где N — число частиц, образующих скопление, а M — масса скопления. Для того случая, когда скопление сжимается, а не находится в установившемся состоянии, описываемом теоремой о вириале, надо поставить в (125) знак $>$. Если предположить, что газ полностью состоит из водородных атомов, имеющих массу M_{H} каждый, то $M = NM_{\mathrm{H}}$. Мы можем также написать: $M = (4\pi/3)R^3 nM_{\mathrm{H}}$, где n — концентрация водородных атомов. Следовательно, можно переписать (125) в виде такого неравенства:

$$R^2 > \frac{kT}{GnM_{\mathrm{H}}^2}, \tag{126}$$

где нами опущены все числовые множители порядка единицы, так как проводимый расчет имеет характер приближенной оценки.

Из неравенства (126) мы получаем следующий замечательный результат. Достаточно большой объем газа, состоящего из водородных атомов, равномерно распределенных с плотностью, сравнимой с плотностью газа в межгалактическом пространстве, должен самопроизвольно уплотняться, образуя отдельные скопления, сравнимые по массам с галактиками. Оценка величин концентрации и температуры межгалактического водорода дает $n \approx 10^{-5}$ *см*$^{-3}$ и $T \approx 10^4$ °К. Чтобы туманность могла сжиматься, ее радиус должен удовлетворять неравенству (126):

$$R^2 > \frac{10^{-16} \cdot 10^4 \text{ см}^2}{10^{-7} \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-48}} \approx \frac{10^{-12}}{10^{-60}} \text{ см}^2 \approx 10^{48} \text{ см}^2, \tag{127}$$

или $R > 10^{24}$ *см*. Масса туманности такого радиуса равна

$$M \approx (10^{24})^3 \cdot (10^{-5}) \cdot (10^{-24}) \approx 10^{43} \text{ г}. \tag{128}$$

Из наблюдений известно, что расстояния между галактиками имеют величину порядка $3 \cdot 10^{24}$ *см*, т. е. порядка их начального радиуса, приближенно рассчитанного в виде (127). Радиус нашей Галактики имеет порядок 10^{23} *см*. Масса Солнца равна $2 \cdot 10^{33}$ *г*, так что та минимальная масса, которую, согласно нашему расчету, должна иметь самопроизвольно сжимающаяся газовая туманность, весьма приближенно составляет $5 \cdot 10^9$ солнечных масс. Оценочные значения масс галактик, полученные главным образом по измерениям их светимости, в большинстве случаев находятся в пределах между 10^9 и 10^{11} солнечных масс. Это удовлетворительно согласуется с предположением, что галактики возникли в результате самопроизвольного сжатия, вызванного тяготением, действующим в массах газа, занимавших огромные объемы, подобно тому газу, который все еще может существовать в межгалактическом пространстве. Условия, возможно, существующие внутри сжимающихся масс галактического газа, могли бы в дальнейшем способствовать также образованию звезд внутри галактик, причем механизм последнего процесса ненамного отличался бы от того механизма, который привел к образованию самого галактического скопления.

Читатель должен заметить, что мы не дали здесь детальной и логически цельной динамической теории образования галактик, происходящего как следствие сжатия однородного газа. Мы только построили оценочную гипотезу, которая позволила получить для массы одной галактики и расстояния между галактиками числовые значения, не противоречащие данным астрофизических наблюдений. Это соответствие порядка величин может означать одно из двух: или физическое обоснование сделанных оценок в основном правильно, или мы являемся жертвами случайного совпадения. Мы не предложили никакого объяснения причин однородного распределения газа. Кроме того, приведенные нами доводы могут оказаться несостоятельными, если справедлива гипотеза о расширяющейся Вселенной, потому что уменьшение кинетической энергии молекул газа при его расширении может воспрепятствовать сжатию газовых масс.