уравнения (18):

$$[m]=\left[\frac{дин}{(гс/см)}\right]=\left[\frac{дин\cdot см}{гс}\right]=\left[\frac{эрг}{гс}\right].$$

Теперь мы начинаем понимать, что происходит в опытах, описанных в начале этой главы. Вещество, находящееся в положении образца на рис. 10.2, втягивается в соленоид, если оно содержит магнитные диполи, параллельные полю **B** внутри катушки. Если же диполи вещества направлены в противоположную сторону, т. е. антипараллельны полю, то вещество выталкивается из соленоида. Сила зависит от градиента осевого поля и равна нулю в центре соленоида. Если полная величина дипольного момента образца пропорциональна полю **B**, то сила будет пропорциональна произведению поля B на $\partial B/\partial z$, т. е. пропорциональна квадрату тока в соленоиде. Это и наблюдается в случае диамагнитных и парамагнитных веществ. Может показаться, что ферромагнитные образцы должны были бы иметь магнитные моменты, почти не зависящие от величины поля, но мы отложим этот вопрос до специального обсуждения.

Каким образом магнитное поле, наложенное на вещество, создает в нем магнитные дипольные моменты, пропорциональные этому полю? И почему в одних веществах эти дипольные моменты параллельны полю, а в других направлены в противоположную сторону? Если мы сможем ответить на эти вопросы, то мы приблизимся к пониманию физики диамагнетизма и парамагнетизма.

10.5. Электрические токи в атомах

Мы знаем, что атом состоит из положительного ядра, окруженного отрицательными электронами. Для полного описания атома необходимы понятия квантовой физики, которую вы будете изучать в этом курсе позднее. К счастью, простая и наглядная модель атома хорошо объясняет диамагнетизм. Это — планетарная модель с электронами, движущимися по орбитам вокруг ядра, подобная модели атома водорода, созданной Бором в первой квантовой теории.

Начнем с электрона, движущегося с постоянной скоростью по круговому пути. Поскольку мы не собираемся здесь объяснять структуру атома, то и не будем вдаваться в причины, по которым электрон движется именно по этой определенной орбите. Спросим только, каких магнитных эффектов можно ожидать, если он движется по такой орбите? На рис. 10.11 мы видим электрон, изображенный в виде частицы, несущей концентрированный электрический заряд $-e$, и движущийся со скоростью v по круговому пути с радиусом r. В центре расположено положительно заряженное ядро, делающее систему электрически нейтральной. Благодаря своей сравнительно большой массе ядро движется настолько медленно, что магнитными эффектами, связанными с этим движением, можно пренебречь.

В любой момент времени электрон и положительный заряд можно считать электрическим диполем, но в среднем по времени момент этого диполя равен нулю, так что он не создает постоянного электрического поля на расстоянии. Мы рассматривали этот вопрос в разделе 9.5. Однако магнитное поле такой системы на большом расстоянии в среднем по времени не равно нулю. Оно представляет собой как раз поле кольца с током. Что касается среднего по времени, то безразлично, соберем ли мы все отрицательные заряды в общий заряд, движущийся вокруг ядра, или разделим его на части, как на рис. 10.11, *б*, и получим однородный бесконечный ток заряда. Ток измеряется количеством заряда, проходящего через данное сечение кольца в одну секунду. Поскольку электрон делает $v/2\pi r$ оборотов в секунду, то ток (выражаемый в ед. СГСЭ$_q$/*сек*, если e выражается в ед. СГСЭ$_q$) равен

$$I = \frac{ev}{2\pi r}. \tag{20}$$

Электрон, движущийся по орбите, эквивалентен кольцевому току такой величины, причем положительное направление тока противоположно v, как показано на рис. 10.11, *в*. Следовательно, дальнее поле этого тока совпадает с полем магнитного диполя величины

$$m = \frac{\pi r^2 I}{c} = \frac{evr}{2c}. \tag{21}$$

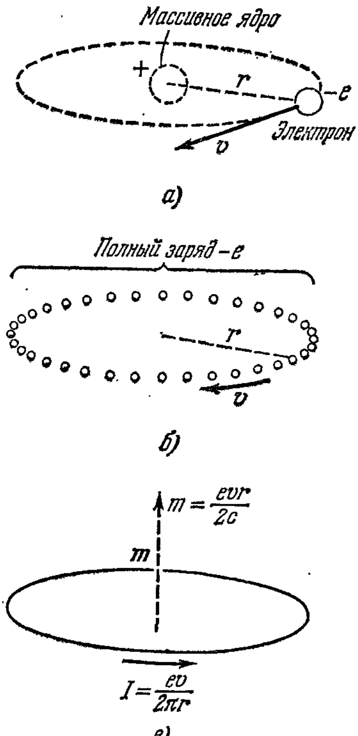

Рис. 10.11. *а*) Модель атома, в которой электрон движется по круговой орбите со скоростью v. *б*) Эквивалентное перемещение зарядов. Средний электрический ток такой, как если бы заряд $-e$ был разделен на маленькие части, образующие вращающееся кольцо заряда. *в*) Магнитный момент равен произведению тока на площадь и на $1/c$.

Отметим, что между магнитным моментом **m**, связанным с движением электрона по орбите, и моментом количества движения электрона **L** существует простое соотношение. Момент количества движения является вектором с модулем $L = m_e vr$, где m_e обозначает массу электрона *); этот вектор направлен вниз, если электрон вращается

*) Мы будем иметь дело со скоростями v, которые значительно меньше c, поэтому m_e обозначает массу покоя, равную $9{,}0 \cdot 10^{-28}$ *г*. Так как мы обозначаем магнитный момент через **m**, то в этой главе для массы электрона необходимо использовать другое обозначение. Для момента количества движения мы выбрали обозначение **L** вместо **J**, которым пользовались в гл. 6 т. I, потому что **L** является

в направлении, указанном на рис. 10.11, *а*. Заметьте, что произведение vr входит и в m, и в L.

Учитывая направление, можно написать

$$\mathbf{m} = \frac{-e}{2m_e c}\mathbf{L}. \tag{22}$$

Полученное соотношение содержит только фундаментальные постоянные, и это заставляет предположить, что оно справедливо всегда. Действительно, так оно и есть, однако здесь мы не станем это доказывать. Соотношение (22) справедливо для эллиптических орбит и даже для орбит в виде розеток, которые образуются в центральном поле, величина которого не пропорциональна обратному квадрату расстояния. Вспомним важное свойство любой орбиты в центральном поле: орбитальный момент количества движения является константой движения. Тогда из общего соотношения, выраженного уравнением (22) (выведенным нами только для специального случая), следует, что там, где постоянен момент количества движения, величина и направление магнитного момента также остаются неизменными. Множитель

$$\frac{-e}{2m_e c}$$

называется *орбитальным магнитомеханическим отношением* для электрона *). Тесная связь между магнитным моментом и орбитальным моментом количества движения является центральным вопросом атомного магнетизма.

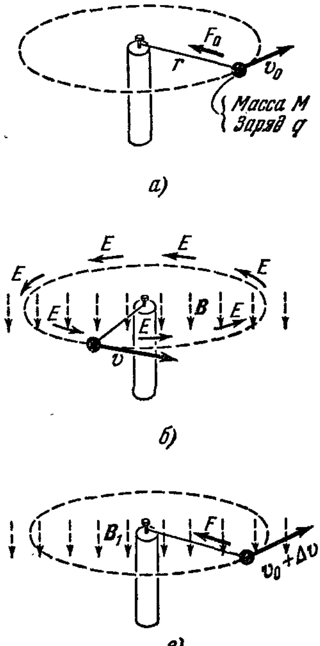

Рис. 10.12. Рост магнитного поля $\mathbf{B}$ индуцирует электрическое поле $\mathbf{E}$, ускоряющее вращение заряженного тела. *а*) Начальное положение, $\mathbf{B}=0$, $F_0=Mv_0^2/r$. *б*) Промежуточное положение. Поле $\mathbf{B}$ увеличивается в направлении вниз. *в*) Конечное положение через время Δt. $\mathbf{B}=\mathbf{B}_1$, $\Delta v = qE\,\Delta t/M = qrB_1/2Mc$.

Почему мы не замечаем магнитных полей всех электронов, движущихся по орбитам во всех атомах любого вещества? Потому что эти поля взаимно уничтожаются. В обычной массе вещества должно быть в среднем столько же электронов, движущихся по данному пути, сколько и по противоположному. Этого следует ожидать, если ни одно направление вращения не имеет никаких преимуществ перед

традиционным обозначением орбитального момента количества движения в атомной физике, а через $\mathbf{J}$ мы обозначали плотность тока.

*) Иногда эту величину называют гиромагнитным отношением. Мы предпочитаем называть ее магнитомеханическим отношением, как в гл. 8 т. I.

другими и если в теле не существует избранных осей. Но если магнитные поля электронов наблюдаются, то в самой структуре вещества должен быть какой-то механизм, который помогает электронам выбирать не только ось, но и направление вращения вокруг этой оси!

С современной точки зрения, кусок вещества в отсутствие внешнего магнитного поля содержит вращающиеся электроны, у которых векторы моментов количества движения и связанные с ними векторы орбитальных магнитных моментов равномерно распределены по всем направлениям в пространстве. Рассмотрим орбиты с плоскостями, почти параллельными плоскости xy; примерно для половины этих орбит векторы магнитных моментов направлены вверх, а у другой половины — вниз. Определим, что произойдет с одной из этих орбит при включении внешнего магнитного поля в направлении оси z.

Вначале рассмотрим электромеханическую систему, которая не очень похожа на атом. На рис. 10.12 изображен объект с массой M и электрическим зарядом q, привязанный к определенной точке шнурком длиной r. Этот шнурок обеспечивает центростремительную силу, благодаря которой наш объект движется по круговой орбите. Величина этой силы F_0 равна, как известно,

$$F_0 = \frac{Mv_0^2}{r}. \tag{23}$$

В начальном положении (рис. 10.12, *а*) внешнего магнитного поля нет. Теперь с помощью подходящего большого соленоида мы начинаем создавать поле **B** в отрицательном направлении оси z, однородное во всей области в данный отрезок времени. Если это поле возрастает со скоростью dB/dt, вдоль орбиты возникает индуцированное электрическое поле **E**, как показано на рис. 10.12, *б*. Для определения величины этого поля **E** вспомним, что изменение потока, пронизывающего круговую орбиту, равно

$$\frac{d\Phi}{dt} = \pi r^2 \frac{dB}{dt}. \tag{24}$$

Это выражение определяет линейный интеграл от электрического поля (для простоты и симметрии мы предполагаем, что поле одинаково по всему пути):

$$\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \frac{\pi r^2}{c} \frac{dB}{dt} = 2\pi r E. \tag{25}$$

Таким образом, мы находим, что

$$E = \frac{r}{2c} \frac{dB}{dt}. \tag{26}$$

До сего времени мы не обращали внимания на знаки, но если вы примените к рис. 10.12 предпочитаемое вами правило для определения направления индуцированной электродвижущей силы, то увидите, что поле **E** должно быть направлено таким образом, чтобы ускорять тела, если заряд q положительный. Тангенциальное ускорение dv/dt определяется силой qE:

$$M\frac{dv}{dt}=qE=\frac{qr}{2c}\frac{dB}{dt}; \tag{27}$$

таким образом, мы имеем соотношение между изменением v и изменением B:

$$dv=\frac{qr}{2Mc}dB. \tag{28}$$

Множитель $qr/2Mc$ является величиной постоянной, так как радиус r фиксирован длиной шнурка. Пусть Δv означает окончательное изменение скорости v в течение всего процесса доведения поля до его конечного значения B_1. Тогда

$$\Delta v=\int_{v_0}^{v_0+\Delta v}dv=\frac{qr}{2Mc}\int_0^{B_1}dB=\frac{qrB_1}{2Mc}. \tag{29}$$

Заметьте, что в это уравнение не входит время — конечная скорость не зависит от быстроты своего изменения. Возрастание скорости движения заряда в конце процесса означает увеличение магнитного момента $\mathbf{m}$, направленного вверх. Отрицательно заряженное тело при подобных обстоятельствах начало бы двигаться замедленно, что уменьшило бы его момент, направленный вниз. Следовательно, в любом случае наложение поля $\mathbf{B}_1$ изменило бы магнитный момент в сторону, противоположную полю. Величина изменения магнитного момента Δm равна

$$\Delta m=\frac{qr}{2c}\Delta v=\frac{q^2r^2}{4Mc^2}B_1. \tag{30}$$

Для зарядов (как положительных, так и отрицательных), вращающихся в другом направлении, индуцированное изменение магнитного момента также противоположно изменению приложенного магнитного поля. На рис. 10.13 эта ситуация показана для положительного заряда. При любом знаке заряда и любом направлении вращения оказывается справедливым следующее соотношение:

$$\Delta\mathbf{m}=-\frac{q^2r^2}{4Mc^2}\mathbf{B}_1. \tag{31}$$

В этом примере мы сохранили радиус r постоянным, применяя шнурок заданной длины. Посмотрим, как изменилось натяжение шнурка. Предположим, что B_1 достаточно мало, так что $\Delta v \ll v_0$. В конечном положении необходима центростремительная сила следующей величины:

$$F_1=\frac{M(v_0+\Delta v)^2}{r}\approx\frac{Mv_0^2}{r}+\frac{2Mv_0\Delta v}{r} \tag{32}$$

(в пренебрежении членом, пропорциональным $(\Delta v)^2$). Но теперь само магнитное поле создает силу, действующую на движущийся заряд и равную $q(v_0+\Delta v)B_1/c$. Используя уравнение (29), чтобы выразить B_1 через Δv, мы находим, что эта дополнительная сила равна по величине $\frac{q(v_0+\Delta v)}{c}\frac{2Mc\Delta v}{r}$, что составляет $2Mv_0\Delta v/r$ с точностью до первого порядка по $\Delta v/v_0$. Это как раз то, что нам нужно согласно уравнению (32), чтобы избежать дополнительного растяжения шнурка! Следовательно, *натяжение шнурка остается неизменным и равным F_0.*

Это приводит нас к интересному и удивительному заключению: наш результат (а именно уравнение (31)) должен быть справедлив для удерживающей силы, меняющейся с радиусом любым образом.

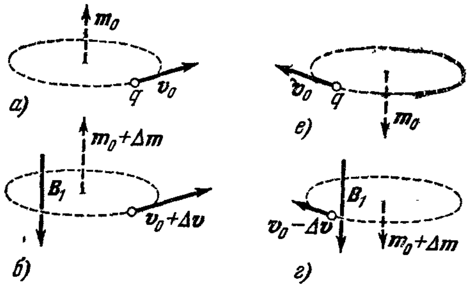

Рис. 10.13. Изменение вектора магнитного момента противоположно направлению поля **B** для обоих направлений движения. *а*) и *в*) начальные положения; $m_0=\frac{qr}{2c}v_0$. *б*) и *г*) конечные положения; $\mathbf{B}=\mathbf{B}_1$ (вниз), $\Delta\mathbf{m}$ направлено вверх в обоих случаях.

Шнурок можно заменить упругой пружиной, не повлияв на результат,— радиус в конечном положении останется неизменным. В интересующей нас системе действие шнурка можно заменить кулоновским притяжением ядра к электрону или некоторой эффективной силой, действующей на электрон в многоэлектронном атоме и сложным образом зависящей от расстояния.

Получив столь общее соотношение, как уравнение (31), можно рассчитывать на разумные результаты, даже не имея хорошей теории строения атома. Единственной величиной, которая относится к атому в уравнении (31), является r^2. Конечно, мы должны соблюдать условие $\Delta v/v_0 \ll 1$, которое ограничивает величину поля B_1 и обеспечивает универсальное применение этого уравнения.

Действие, производимое магнитным полем **B** на орбиты электронов, можно представить себе следующим образом: каждый электрон продолжает двигаться по орбите с тем же радиусом, но к его угловой скорости, которая была бы равна $\pm v_0/r$ в зависимости от направления его вращения, прибавляется небольшое приращение $\Delta\omega=\Delta v/r$. Согласно уравнению (29) величина этого приращения угловой скорости

$$\Delta\omega=\frac{\Delta v}{r}=\frac{eB}{2m_e c} \tag{33}$$

зависит только от величины приложенного поля и отношения заряда электрона к его массе. Вращение в одном направлении ускоряется на одну и ту же величину (радиан в секунду), а вращение в другом направлении замедляется на эту же величину. Эта новая система во всем подобна старой системе, рассматриваемой из вращающейся системы координат. Угловая скорость $eB/2m_ec$ в уравнении (33) называется «угловой скоростью Лармора», или «частотой Лармора». Сэр Джозеф Лармор, английский физик и математик, доказал эту общую теорему в 1895 г., еще до того, как стало известно строение атома.

Мы рассматривали только орбиты, плоскости которых перпендикулярны к полю. Наши выводы относятся, грубо говоря, к одной из трех орбит электрона в веществе, при наличии трех взаимно перпендикулярных направлений. Интересно, что произойдет с орбитами, расположенными параллельно плоскостям xz и yz? Это можно узнать, решив задачу 10.22. Эти орбиты также создают индуцированный момент, направленный в сторону, противоположную полю, и пропорциональный квадрату радиуса орбиты. Действия всех орбит можно суммировать в уравнении, подобном (31), если r^2 заменить на $\langle r^2\rangle$ — среднее значение квадратов радиусов орбит, с некоторым численным коэффициентом, учитывающим отклонение ориентации орбиты от ее среднего положения.

Не вдаваясь в эту тонкость, применим уравнение (31) для всех электронов, подставив разумное значение радиуса орбиты, и посмотрим, сможем ли мы хотя бы приблизительно объяснить некоторые из данных, приведенных в таблице (см. стр. 349). Число электронов в грамме большинства веществ примерно одинаково, так как для каждого электрона в атоме имеется один протон в ядре и приблизительно один нейтрон на протон. Таким образом, число электронов на грамм примерно равно величине n для вещества с атомным весом 2 и атомным номером 1, а именно:

$$n \approx \frac{6\cdot 10^{23}}{2} = 3\cdot 10^{23}. \tag{34}$$

Вместо r мы подставим $0{,}5\cdot 10^{-8}$ *см* — расстояние, с которым вы близко познакомитесь позже (это — характерный атомный размер). В атомах с большим количеством электронов, естественно, некоторые электроны имеют большие орбиты, а некоторые — маленькие. Вместо M мы подставим массу электрона m_e. Магнитное поле в месте расположения образца было равно 18 000 *гс*. В этом случае полный магнитный момент, индуцированный в одном грамме любого вещества, примерно равен

$$n\Delta m = \frac{ne^2r^2B}{4m_ec^2} = \frac{(3\cdot 10^{23})\,(4{,}8\cdot 10^{-10})^2\,(0{,}5\cdot 10^{-8})^2\,(1{,}8\cdot 10^4)}{4\,(9\cdot 10^{-28})\,(3\cdot 10^{10})^2} = 0{,}95\cdot 10^{-2}. \tag{35}$$

Градиент поля $\partial B_z/\partial z$ был равен 1700 *гс/см*. Применяя уравнение (18) для вычисления силы, мы найдем ее равной $1700\cdot 0{,}95\cdot 10^{-2}$, или приблизительно 16 *дин* на грамм вещества. Эта цифра близка к величине силы для ряда веществ в таблице. В действительности она ближе, чем можно было бы ожидать, так что это совпадение является до некоторой степени случайным *).

---

*) В точной формуле, полученной при усреднении по изотропно ориентированным орбитам, коэффициент 1/4 в уравнении (31) заменяется на 1/6, а r^2 — на

Убедимся, что условие $\Delta v \ll v_0$ справедливо и в данном случае. Подставив те же числа в уравнение (29), мы можем оценить Δv:

$$\Delta v = \frac{erB}{2m_e c} = \frac{(4{,}8\cdot 10^{-10})\,(0{,}5\cdot 10^{-8})\,18\,000}{2\,(9\cdot 10^{-28})\,(3\cdot 10^{10})} \approx 10^3 \text{ см/сек.} \quad (36)$$

Чтобы понять, что величина 10^3 *см/сек* мала по сравнению со скоростью электрона в атоме, не надо хорошо знать атомную физику. С такой скоростью может бежать человек! Типичная скорость движения электрона в атоме равна 10^8 *см/сек* или больше. Следовательно, даже наш довольно мощный магнит создает очень слабое поле с точки зрения атомного электрона. Это поле весьма мало изменяет скорость его вращения по орбите.

Теперь мы видим, почему диамагнетизм является универсальным, но малозаметным явлением. Он почти одинаков в молекулах и в атомах. Тот факт, что молекула может быть гораздо больше атома, т. е. может состоять из сотен или тысяч атомов, вообще не приводит к увеличению эффективного среднего квадратичного радиуса орбиты. Причина заключается в том, что любой электрон молекулы довольно прочно локализован в одном из ее атомов. Имеется несколько интересных исключений, и одно из них, а именно графит, включено в таблицу. Аномальный диамагнетизм графита обусловлен его необычным строением, которое позволяет некоторым электронам довольно свободно циркулировать внутри планарной группы атомов кристаллической решетки.

10.6. Спин электрона и магнитный момент

Электрон обладает моментом количества движения, который не имеет ничего общего с его движением по орбите. Он ведет себя таким образом, как будто постоянно вращается вокруг собственной оси. Это свойство электрона называется спином. При измерении величины спинового момента количества движения всегда получается один и тот же результат: $h/4\pi$, где h — постоянная Планка. Спин электрона является квантовым свойством. О его открытии и сущности вы узнаете более подробно в т. IV этого курса. Значение спина для нас заключается в том, что с этим внутренним, или «встроенным», моментом количества движения связан магнитный момент неизменной величины. Направление этого магнитного момента совпадает с направлением, ожидаемым для магнитного момента электрона, если последний представлять в виде отрицательно заряженного шара, вращающегося вокруг оси.

Таким образом, вектор магнитного момента направлен антипараллельно вектору спинового момента количества движения, как показано на рис. 10.14. Однако отношение магнитного момента

$\langle r^2 \rangle$. Строгая квантовомеханическая теория приводит к точно такому же результату и превосходно согласуется с опытом. Действительно, наиболее точным методом определения $\langle r^2 \rangle$ для большинства диамагнитных атомов являются магнитные измерения.