ниях, и если два наших источника соединить в одном месте, то останется точечный заряд, равный $+2$ единицам.

Другим способом представления векторного поля является изображение *силовых линий поля.* Последние представляют собой просто кривые, касательные к которым в любой точке совпадают с направлением поля в этой точке. Такие кривые являются гладкими и непрерывными, за исключением таких особенностей, как точечные заряды, или таких точек, как та точка в примере рис. 1.10, где поле равно нулю. По силовым линиям нельзя непосредственно определить величину поля, несмотря на то, что обычно, как мы увидим, силовые линии сходятся по мере приближения к области сильного поля и расходятся в области слабого поля. На рис. 1.11 нанесено несколько силовых линий для такого же расположения зарядов, как на рис. 1.10, а именно для положительного заряда в 3 единицы и отрицательного заряда, равного 1 единице.

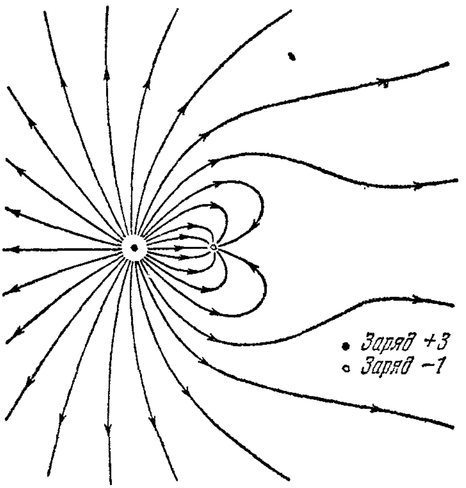

Рис. 1.11. Несколько силовых линий электрического поля вблизи двух зарядов, $q_1=+3$, $q_2=-1$.

В данном случае мы снова можем дать только картину на плоскости.

1.8. Распределение заряда

Перейдем теперь от точечных зарядов к их непрерывным распределениям. Объемное распределение заряда описывается скалярной функцией, плотностью заряда ρ, которая имеет размерность [заряд/объем] и зависит от положения точки в пространстве. Таким образом, плотность ρ, умноженная на элемент объема, дает величину заряда, содержащегося в этом элементе объема. Если записать ρ как функцию координат x, y, z, то произведение $\rho(x, y, z)\,dx\,dy\,dz$ будет представлять собой заряд, содержащийся в небольшом ящике с объемом $dx\,dy\,dz$, расположенном в точке (x, y, z). В атомном масштабе плотность заряда, конечно, колоссально изменяется от точки к точке; несмотря на это, она оказывается полезным понятием и в этой области. Однако мы будем пользоваться ею главным образом при исследовании макроскопических систем, настолько больших, что наш элемент объема $dv=dx\,dy\,dz$, будучи чрезвычайно малым по сравнению с размерами системы, окажется достаточно большим, чтобы содержать много атомов или элементарных зарядов. Как мы уже отмечали, подобная проблема возникает и при определении обычной плотности вещества.

Если источником электрического поля является непрерывное распределение заряда, а не точечные заряды, то в уравнении (13) следует заменить сумму соответствующим интегралом. Интеграл дает значение электрического поля в точке (x, y, z), которое создано зарядами в других точках (x', y', z'):

$$\mathbf{E}(x, y, z)=\int \frac{\rho(x', y', z')\,\hat{\mathbf{r}}\,dx'\,dy'\,dz'}{r^2}. \tag{15}$$

Этот интеграл является объемным. Сохраняя точку (x, y, z) неподвижной, мы заставляем переменные интегрирования x', y' и z' перемещаться по всему пространству, содержащему заряд, суммируя таким образом вклады всех частей заряда (рис. 1.12). Единичный вектор $\hat{\mathbf{r}}$ направлен от (x', y', z') к (x, y, z). Если мы захотим поставить перед интегралом знак минус, то направление $\hat{\mathbf{r}}$ следует изменить на обратное. Правильно ставить знаки всегда трудно. Вспомним, что электрическое поле направлено от положительного источника.

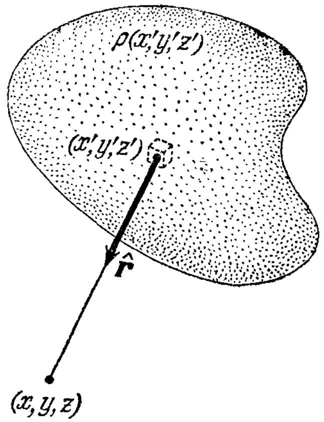

Рис. 1.12. Каждый элемент распределения заряда $\rho(x', y', z')$ вносит вклад в электрическое поле $\mathbf{E}$ в точке (x, y, z). Полное поле в этой точке является суммой всех таких вкладов (уравнение (15)).

В окрестности реального точечного заряда электрическое поле по мере приближения к точке стремится к бесконечности как $1/r^2$. Понятие поля в самом точечном заряде не имеет смысла. Поскольку наши первичные физические источники поля являются, как мы надеемся, не бесконечными концентрациями заряда в нулевом объеме, а конечными структурами, то мы просто игнорируем математические особенности, которые возникают при применении понятия точечного заряда, и не интересуемся тем, что происходит внутри наших элементарных источников. Тем не менее полезно заметить, что непрерывное распределение заряда не имеет особенностей и позволяет определить поле в точках, расположенных внутри самой области, где расположен заряд. Теперь нам ясно, почему объемный интеграл в уравнении (15) в окрестности $r=0$ не будет расходиться: величина ρ конечна, а сам элемент объема пропорционален r^2dr.

Иными словами, пока ρ остается конечной величиной, поле будет также оставаться всюду конечным, даже внутри распределения зарядов или на его границе.