подобно компонентам вектора. Предположим, что мы нашли определенные значения для x-, y- и z- компонент, согласно выражению (76). Если затем мы выберем какое-то четвертое направление для вектора $\hat{\mathbf{n}}$, то проекция ротора, полученная из выражения (76), должна однозначно определяться тремя указанными компонентами, так как вектор задается тремя своими компонентами. Если этот вопрос вас интересует, обратитесь к задаче 2.24, которая убедит вас в том, что выражение (76) действительно определяет проекцию или компоненту вектора.

2.16. Теорема Стокса

От циркуляции вокруг бесконечно малого участка поверхности мы можем вернуться к циркуляции вокруг первоначальной большой петли C:

$$\Gamma = \int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \sum_{i=1}^{N} \Gamma_i = \sum_{i=1}^{N} a_i \left[\frac{\Gamma_i}{a_i}\right]. \tag{77}$$

Последний член мы просто умножили и разделили на a_i. Посмотрим теперь, что произойдет с правой частью уравнения, если N сильно возрастет, а все a_i уменьшатся. Величина в скобках станет равной $(\mathrm{rot}\,\mathbf{F}) \cdot \hat{\mathbf{n}}_i$, где $\hat{\mathbf{n}}_i$ — единичный вектор, перпендикулярный к i-му участку. Итак, справа мы имеем сумму произведений площади участка на нормальную компоненту $(\mathrm{rot}\,\mathbf{F})$ по всем участкам, составляющим поверхность S, стягивающую C. Это не что иное, как *поверхностный интеграл* по S от $\mathrm{rot}\ \mathbf{F}$:

$$\sum_{i=1}^{N} a_i \left[\frac{\Gamma_i}{a_i}\right] = \sum_{i=1}^{N} a_i (\mathrm{rot}\ \mathbf{F}) \cdot \hat{\mathbf{n}}_i \longrightarrow \int_S d\mathbf{a} \cdot \mathrm{rot}\ \mathbf{F}. \tag{78}$$

Следовательно, мы получили, что

$$\boxed{\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int_S \mathrm{rot}\ \mathbf{F} \cdot d\mathbf{a}.} \tag{79}$$

Соотношение (79) является математической теоремой, называемой теоремой Стокса. Заметьте, что по структуре она похожа на теорему Гаусса, т. е. на теорему дивергенции. Теорема Стокса связывает линейный интеграл от вектора с поверхностным интегралом от ротора вектора. Теорема Гаусса (формула (51)) связывает поверхностный интеграл от вектора с объемным интегралом от дивергенции вектора. Теорема Стокса имеет дело с поверхностью и кривой, огибающей эту поверхность. Теорема Гаусса относится к объему и охватывающей его поверхности.