клон» f является, таким образом, наибольшим в радиальном направлении, так что ∇f в любой точке есть вектор, совпадающий с радиусом. Действительно, в данном случае $\nabla f = \hat{\mathbf{r}}\,(\partial f/\partial r)$, где $\hat{\mathbf{r}}$ для любой точки обозначает единичный вектор в радиальном направлении.

2.4. Получение поля из потенциала

Теперь легко убедиться, что скалярная функция f так же связана с векторной функцией ∇f, как и потенциал φ с полем $\mathbf{E}$, если не считать знака минус. Рассмотрим величину φ в двух близких точках (x, y, z) и $(x+dx, y+dy, z+dz)$. Изменение φ при переходе из первой точки во вторую имеет следующий вид:

$$d\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}dx + \frac{\partial\varphi}{\partial y}dy + \frac{\partial\varphi}{\partial z}dz. \tag{13}$$

С другой стороны, из определения φ это изменение можно выразить также следующим образом:

$$d\varphi = -\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}. \tag{14}$$

Бесконечно малое смещение вектора $d\mathbf{s}$ равно $\hat{\mathbf{x}}\,dx + \hat{\mathbf{y}}\,dy + \hat{\mathbf{z}}\,dz$. Таким образом, если мы отождествим $\mathbf{E}$ с $-\nabla\varphi$, то уравнения (13) и (14) окажутся одинаковыми. Итак, электрическое поле равно отрицательному значению градиента потенциала:

$$\boxed{\mathbf{E} = -\nabla\varphi.} \tag{15}$$

Знак минус показывает, что электрическое поле направлено из области положительного потенциала в область отрицательного потенциала. Направление вектора $\nabla\varphi$ указывает направление увеличения φ. Для разъяснения вернемся к примеру поля на рис. 2.2. Пользуясь значением потенциала, полученным из уравнения (11), $\varphi = -Kxy$, можно восстановить вид электрического поля, с которого мы начали:

$$\mathbf{E} = -\nabla(-Kxy) = -\left(\hat{\mathbf{x}}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\mathbf{y}}\frac{\partial}{\partial y}\right)(-Kxy) = K(\hat{\mathbf{x}}y + \hat{\mathbf{y}}x). \tag{16}$$

2.5. Потенциалы распределения заряда, двух точечных зарядов и длинного заряженного провода

Потенциал распределения заряда. Нам известно значение потенциала, связанного с единичным точечным зарядом. Действительно, уравнение (3) гл. 1 позволяет вычислить работу, требуемую для переноса одного заряда в окрестность другого. Потенциал в любой точке поля изолированного точечного заряда q равен q/r, где r — расстояние от этой точки до источника q, если потенциал точек в бесконечности принять равным нулю. Потенциалы, так же как и поля, подчиняются принципу суперпозиции. При