такой формы и расположить их так, как были расположены эквипотенциальные поверхности относительно друг друга (рис. 3.10, *б*), то мы получили бы точное решение для электростатического поля двух таких заряженных проводников! Оно было бы соответствующей частью поля двух зарядов. К сожалению, такой метод решения, связанный с необходимостью нахождения точной формы электродов, трудно осуществим. Однако даже приближенное решение, полученное с помощью сферических электродов, иногда может оказаться полезным.

Можно было бы, имея в виду более полезные примеры, продолжить изучение эквипотенциальных поверхностей для других простых систем.

Пожалуй, этот метод следовало бы назвать «поиском новой задачи, дающей интересующее нас решение». Хороший пример полезности такого метода приведен в задаче 3.22. Положение было хорошо описано Максвеллом: «Итак, оказывается, что так называемая обратная задача нахождения формы проводников при заданном выражении для потенциала решается более просто, чем прямая задача определения потенциала при заданной форме проводников» *).

3.5. Конденсаторы и емкость

Две одинаковые плоские проводящие пластины расположены параллельно друг другу на расстоянии s (рис. 3.11, *а*). Площадь каждой пластины равна A, причем на одной пластине расположен заряд Q, а на другой $-Q$. Значения потенциала каждой из пластин равны φ_1 и φ_2. На рис. 3.11, *б* изображено поперечное сечение силовых линий поля этой системы. На некотором расстоянии от краев, между пластинами, поле почти однородно. Если считать его однородным, то его величина равна $(\varphi_1-\varphi_2)/s$. Соответствующая плотность поверхностного заряда на внутренней поверхности одной из пластин равна

$$\sigma=\frac{E}{4\pi}=\frac{\varphi_1-\varphi_2}{4\pi s}. \qquad (10)$$

Если мы пренебрежем искажением поля E и соответствующим изменением σ у краев пластин, то для полного заряда на одной из пластин можно написать следующее выражение:

$$Q=A\,\frac{(\varphi_1-\varphi_2)}{4\pi s}\ \text{(пренебрегая краевыми эффектами)}. \qquad (11)$$

---

*) James Clerk Maxwell, Treatise on Electricity and Magnetism, vol. I, chap. VII (3d ed., Oxford University Press, 1891; reprint ed., Dover, New York, 1954). Каждый студент-физик должен иногда заглядывать в эту книгу. Наша тема хорошо изложена в гл. 7. В конце т. I вы найдете несколько прекрасных схем электрических полей и, кроме вышеприведенной цитаты, краткое объяснение причины, по которой Максвелл приводит эти рисунки. Можно думать, что он был восхищен их построением и элегантностью.

Уравнение (11) становится все более точным по мере уменьшения отношения расстояния между пластинами s к продольным размерам пластин. Конечно, если бы мы выполнили точное решение этой электростатической задачи с учетом краевых эффектов для пластин определенной формы, то уравнение (11) пришлось бы заменить другим. Чтобы показать, насколько хорошим приближением является уравнение (11), на рис. 3.12 приведены значения поправочного коэффициента f, на который заряд Q, определенный из уравнения (11), отличается от точного результата в случае двух проводящих дисков, расположенных на различных расстояниях. Полный заряд всегда несколько больше заряда, определяемого из уравнения (11). Это легко объяснить, если обратиться к рис. 3.11, *б*, где видно, что у краев (и даже на внешних поверхностях около краев), очевидно, имеет место дополнительная концентрация заряда.

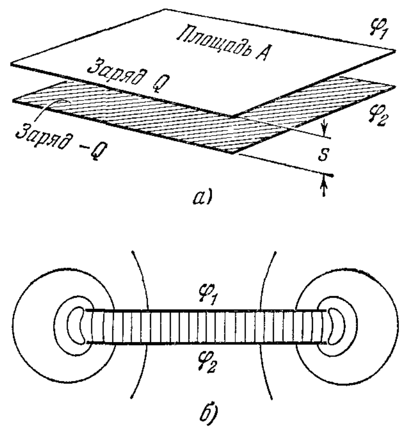

Рис. 3.11. *а*) Плоский конденсатор. *б*) Поперечное сечение, на котором показаны силовые линии поля системы (*а*).

Нас интересуют сейчас не подобные поправки, а общие свойства системы из двух проводников. Наша пара пластин является примером обычного элемента электрических цепей, а именно конденсатора. Конденсатор представляет собой просто два проводника, расположенных на небольшом расстоянии друг от друга и обладающих различными потенциалами и разноименными зарядами. Нас интересует соотношение между зарядами Q на одной из пластин и разностью потенциалов между ними. В частном случае системы, для которой справедливо уравнение (11), это соотношение имеет вид: $Q/(\varphi_1-\varphi_2)=A/4\pi s$. Даже в том случае, если это выражение является приближенным, ясно, что точное выражение для отношения заряда к разности потенциалов будет зависеть только от размеров и геометрического расположения пластин. Иными словами, для фиксированной пары проводников отношение заряда к разности потенциалов будет величиной постоянной. Мы называем эту постоянную емкостью конденсатора и обычно обозначаем ее через C.

$$Q=C(\varphi_1-\varphi_2). \tag{12}$$

Следовательно, емкость конденсатора, состоящего из плоских пластин, без учета краевых эффектов равна

$$C=\frac{A\,(см^2)}{4\pi s\,(см)}. \tag{13}$$

В системе единиц СГСЭ, которой мы пользуемся, заряд измеряется в единицах СГСЭ$_q$, а потенциал в единицах СГСЭ$_V$, следовательно, емкость имеет размерность длины, и единицу емкости можно просто называть сантиметром. Две пластины, площадью 100 *см*^{2} каждая, расположенные на расстоянии 1 *мм* друг от друга, образуют конденсатор с емкостью в $(100/4\pi\cdot 0{,}1)$ *см*, или 79,5 *см*.

В практической системе единиц электрический заряд выражается в кулонах (*к*), или в ампер-секундах (*а·сек*), а единицей потенциала является вольт. За единицу емкости в этой системе можно принять емкость конденсатора, на одной из пластин которого находится заряд 1 *к* при разности потенциалов 1 *в*. Эта единица называется *фарадой*. Чтобы связать фараду с единицей емкости в системе СГСЭ, т. е. с сантиметром, вспомним, что $1\ в = \frac{1}{300}$ ед. СГСЭ$_V$, а $1\ к = 3\cdot 10^9$ ед. СГСЭ$_q$:

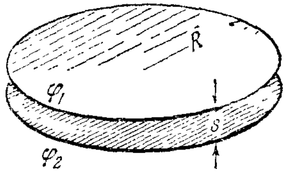

Рис. 3.12. Сравнение истинного значения емкости конденсатора из параллельных круговых пластин со значением, предсказываемым уравнением (11), для различных отношений расстояния между пластинами к их радиусу. Поправка, учитывающая краевой эффект, может быть включена в выражение для заряда Q:

$$Q=\frac{A\,(\varphi_1-\varphi_2)}{4\pi s}\,f.$$

Для круговых пластин коэффициент f следующим образом зависит от отношения s/R:

$\frac{s}{R}$	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
f	1,286	1,167	1,094	1,042	1,023

$$1\ ф=\frac{1\ к}{1\ в}=\frac{3\cdot 10^9\ \text{ед.СГСЭ}_q}{(1/300)\ \text{ед.СГСЭ}_V}= 9\cdot 10^{11}\,\frac{\text{ед.СГСЭ}_q}{\text{ед.СГСЭ}_V}=9\cdot 10^{11}\ см.$$

Плоский конденсатор емкостью в одну фараду имел бы гигантские размеры. Площадь каждой пластины была бы равна 100 *км*^{2} *) при расстоянии между ними, равном 1 *мм*. Поскольку применение практических единиц вызывает появление неудобных чисел для величины емкостей, обычно пользуются *микрофарадами* (*мкф*) и *микромикрофарадами* (*мкмкф*). Последняя единица, равная 10^{-12} *ф*, называется также *пикофарадой* (сокращенно *пф*). Обратите внимание на то, что эта единица приблизительно равна единице емкости в системе СГСЭ, т. е. сантиметру.

Любую пару проводников, независимо от их формы и расположения, можно считать *конденсатором*. Но плоский конденсатор применяется наиболее часто и для него очень легко вычислить приближенную величину емкости. На рис. 3.13 показаны два проводника, один из которых расположен внутри другого. Это устройство также мож-

*) Конечно, существуют способы создания более компактного конденсатора с большой емкостью! В любом магазине электрических товаров можно купить емкость в одну микрофараду и с легкостью унести ее домой. В биологическом веществе стенка клетки образует электрически изолирующий слой, отделяющий внутренность клетки от окружающей ее жидкости. Эта мембрана ведет себя в электрическом отношении подобно емкости в 1 *мкф* на 1 *см*^{2} площади мембраны. Какое «расстояние между пластинами» подразумевается при этом? (В действительности емкость зависит также от диэлектрической постоянной, т. е. от электрической поляризуемости среды между пластинами. Этот вопрос мы рассмотрим в гл. 9.)

но назвать конденсатором. Практически внутренний проводник должен быть как-то закреплен, но эта сторона вопроса нас не волнует. Для переноса электрических зарядов к проводникам (или от проводников) естественно нужны провода, которые сами являются проводящими телами. Так как провод, идущий от внутреннего тела, под номером *1* непременно пересечет пространство между проводниками, то в этом пространстве возникнет некоторое возмущение электрического поля. Чтобы уменьшить это явление, мы можем предположить, что провода чрезвычайно тонки или что их убирают, пока не будут определены значения потенциалов.

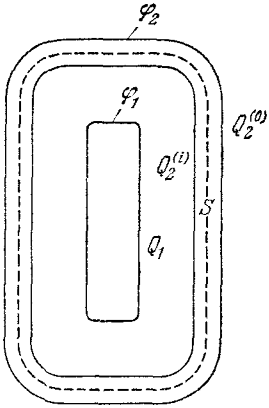

Рис. 3.13. Конденсатор, в котором один проводник окружен другим.

В этой системе имеются три заряда: Q_1 — полный заряд на внутреннем проводнике; $Q_2^{\text{внутр}}$ — заряд на внутренней поверхности наружного проводника; $Q_2^{\text{внеш}}$ — заряд на внешней поверхности наружного проводника. Убедимся сначала, что $Q_2^{\text{внутр}}$ равен $-Q_1$. Нам это известно, так как поверхность S (рис. 3.13) охватывает только два этих заряда, а поток через эту поверхность равен нулю. Поток равен нулю, потому что на поверхности S, расположенной, как показано на рисунке, внутри проводника, электрическое поле равно нулю.

Очевидно, что величина Q_1 будет единственным образом определять электрическое поле в области, расположенной между двумя проводниками, и разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$. Поэтому, если мы рассматриваем эти два тела как «пластины» конденсатора, то в определении емкости участвует только заряд Q_1 или равный ему заряд $Q_2^{\text{внутр}}$. Емкость равна

$$C = \frac{Q_1}{\varphi_1 - \varphi_2}. \tag{14}$$

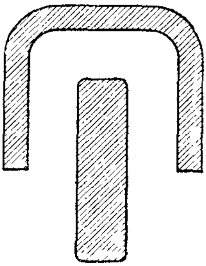

Рис. 3.14. Несимметричный конденсатор.

Заряд $Q_2^{\text{внеш}}$, от которого зависит сам потенциал φ_2, в данном случае роли не играет. Действительно, полное охватывание одного проводника другим делает емкость совершенно не зависящей от наружных зарядов. В случае конденсатора с двумя несимметричными пластинами, не охватывающими одна другую (рис. 3.14), следующий вопрос поставил бы нас в затруднительное положение: какой заряд играет роль Q_1, с помощью которого определяется величина емкости? Ответить на него следует так: это — то количество заряда, которое необходимо перенести с проводника *1* на проводник *2* (сохраняя, таким образом, сумму зарядов на двух проводниках постоянной) для того, чтобы уравнять их потенциалы.