

случае мы можем предположить, что каждая медная трубка является эквипотенциальной поверхностью. Взглянув на график рис. 4.6, мы видим, что при комнатной температуре проводимости меди и графита отличаются в 10^3 раз, так что это предположение, по-видимому, соответствует действительности, если только медные трубки не очень тонкие. Допустим, что между медными электродами приложена разность потенциалов V_0 . Чтобы определить электрическое поле в графите, вспомним, что поле между двумя заряженными цилиндрами пропорционально $1/r$, поэтому мы полагаем $E = k/r$ и определяем константу k из условия:

$$V_0 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = k \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = k \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (21)$$

Отсюда напряженность поля в графите при некотором значении радиуса r равна

$$E = \frac{V_0}{r \ln (r_2/r_1)}, \quad (22)$$

а плотность тока равна σE . Полная площадь, через которую протекает ток при этом радиусе, есть $2\pi rL$, так что полный ток равен

$$I = \frac{2\pi L\sigma V_0}{\ln (r_2/r_1)}. \quad (23)$$

Заметим, что он, как и должно быть, не зависит от r . Сопротивление равно

$$R = \frac{V_0}{I} = \frac{1}{2\pi L\sigma} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (24)$$

Предположим, что медные трубки были бы чрезвычайно тонкими и их сопротивление продольному току было бы не мало по сравнению с сопротивлением графита. Мы не будем пытаться решить эту задачу, однако полезно подумать, как могли бы выглядеть линии тока в этом случае. На рис. 4.7, *в* и *г* показано примерное распределение линий тока для двух разных положений зажимов.

4.8. Электрические цепи и их элементы

Электрические устройства обычно имеют определенные зажимы, к которым можно присоединять провода. По этим проводам заряды могут втекать внутрь устройства и вытекать из него. В частности, если два и только два зажима присоединены проводами к какому-то стороннему объекту и если ток стационарен, а потенциалы всюду постоянны, то ток через эти два зажима должен иметь одинаковую величину и противоположное направление *). В этом случае мы мо-

*) Представим себе ток величиной $4a$, втекающий через один зажим двух-зажимного устройства, и ток в $3a$, вытекающий из другого зажима. Но тогда объект накапливает положительные заряды со скоростью 1 к/сек. Его потенциал должен очень быстро меняться, а это не может долго продолжаться. Следовательно, такой ток не может быть стационарным, т. е. не зависящим от времени.

жем говорить о токе I , который протекает через наш объект, и о напряжении V «между зажимами» или «на зажимах», что означает разность их электрических потенциалов. Отношение V/I для некоторого заданного I есть некоторое число единиц сопротивления (омов, если V выражено в вольтах, а I — в амперах). Если во всех частях объекта, по которому идет ток, выполняется закон Ома, то это число должно быть постоянным, независимо от тока. Это единственное число полностью описывает электрическое поведение объекта для стационарного («постоянного») тока между данными зажимами. Этими, довольно очевидными, замечаниями мы вводим простое понятие об элементе цепи.

Взгляните на пять ящичков на рис. 4.8. У каждого из них два зажима, а внутри — разные предметы. Если сдела в любой из этих

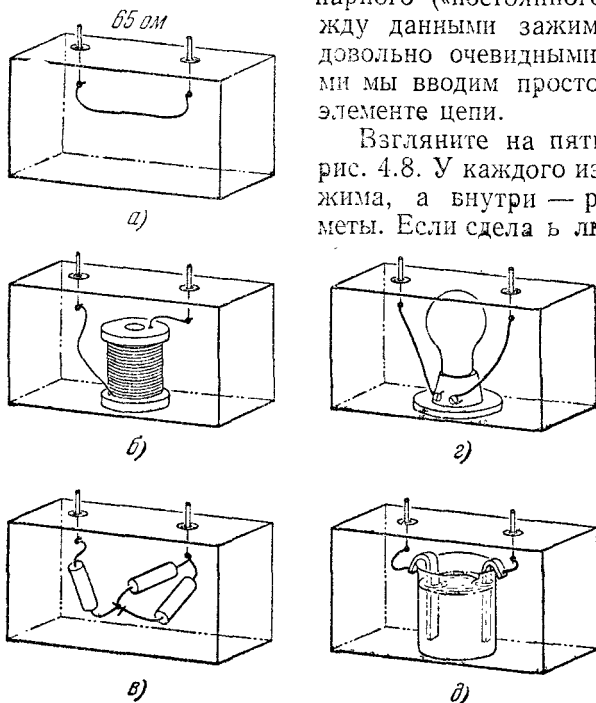



Рис. 4.8. Различные устройства, эквивалентные для постоянного тока сопротивлению 65 ом. а) Нихромовая проволока № 40 длиной 28 см. б) Катюшка эмалированного медного провода № 28 для магнитов длиной 1030 футов (301,4 м) и весом 1/2 фунта (227 г). в) Два сопротивления по 70 ом и одно сопротивление 30 ом. г) Вольфрамовая лампа накаливания 25 вт, 115 в (холодная). д) 0,5 н-раствор КСl с электродами определенного размера на определенном расстоянии.

ящичков частью электрической цепи, подсоединяя к зажимам провода, то мы обнаружим, что отношение разности потенциалов на зажимах к току, текущему по проводу, который мы соединили с зажимом, равно 65 ом. Мы скажем, что для каждого ящичка сопротивление между зажимами равно 65 ом. Несомненно, это утверждение не может быть верным при всех возможных значениях тока и разности потенциалов. При увеличении разности потенциалов или напряжения на зажимах могут произойти многие вещи, в одних ящичках раньше, в других позже, и отношение напряжение/ток изменится.

Вы, вероятно, догадаетесь сами, в каком ящике «неприятности» начнутся раньше. Тем не менее существует некоторый предел, ниже которого все они ведут себя линейно, и до этого предела (при стационарном токе) все ящики одинаковы. Они одинаковы вот в каком смысле: если в какую-нибудь цепь входит один из ящиков, для поведения этой цепи неважно, какой именно ящик. Ящик эквивалентен сопротивлению (резистору) в 65 ом^*). Обозначается он символом , и при описании схем, в которые составляющей частью входит ящик, мы заменяем его этой абстракцией. Теперь электрическая цепь или схема является собранием таких элементов, соединенных друг с другом проводами с ничтожным сопротивлением.

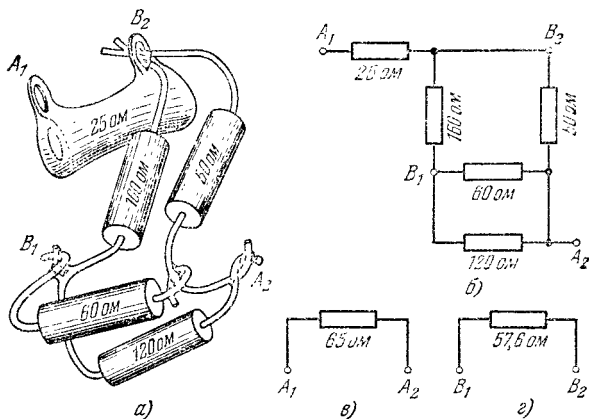


Рис. 4.9. Несколько соединенных между собой сопротивлений (а), схема соединений (б) и эквивалентное сопротивление между парами точек (в) и (г).

Если взять схему, состоящую из многих соединенных вместе элементов, и выбрать в качестве зажимов две точки, то для этих зажимов мы можем считать всю схему эквивалентной одному-единственному сопротивлению. Мы говорим, что цепь из физических объектов на рис. 4.9, а изображается схемой на рис. 4.9, б, а для зажимов A_1, A_2 эквивалентная цепь дается рис. 4.9, в. На рис. 4.9, г приведена эквивалентная цепь для зажимов B_1, B_2 . Если всю эту связку поместить в ящик, причем снаружи будет только эта пара выводов, то ящик нельзя будет отличить от сопротивления $57,6 \text{ ом}$. Все это верно при одном условии — допускаются измерения только на постоянном токе! Все, о чем мы говорили, связано с постоянными во времени токами и электрическими полями; если они не постоян-

* Термин *сопротивление* (резистор) мы используем для обозначения реального объекта, предназначенного специально для этой цели. Например, «проволочное сопротивление $200 \text{ ом}, 10 \text{ вт}$ » представляет собой устройство, состоящее из катушки с проволокой на изолирующей подставке, с зажимами (выводами), предназначенное для использования в таком режиме, когда средняя рассеиваемая мощность не превышает 10 вт .

ны, то поведение элемента цепи может зависеть не только от его сопротивления. Понятие эквивалентной цепи можно распространить от этих схем постоянного тока на системы, в которых ток и напряжение меняются во времени. И именно там они наиболее полезны. Но сейчас мы не вполне готовы к исследованию этой области.

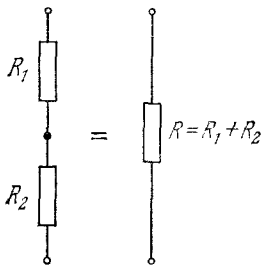


Рис. 4.10. Последовательное соединение сопротивлений.

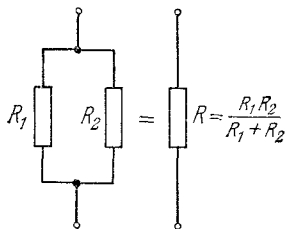


Рис. 4.11. Параллельное соединение сопротивлений.

Скажем несколько слов о методах расчета эквивалентного сопротивления цепей из отдельных элементов. Случаи последовательного и параллельного соединения элементов очень просты. Комбинация, наподобие показанной на рис. 4.10, представляет собой два сопротивления величиной R_1 и R_2 , соединенных последовательно. Эквивалентное сопротивление равно

$$R = R_1 + R_2. \quad (25)$$

Комбинация на рис. 4.11 представляет собой два сопротивления, соединенных параллельно. Вы сами сможете доказать, что эквивалентное сопротивление в этом случае находится из соотношения

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \quad \text{или} \quad R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (26)$$

Это — все, что требуется для обращения со схемами вроде показанной на рис. 4.12, которую, при всей ее запутанности, можно шаг за шагом свести к комбинациям последовательного или параллельного соединения. Однако простая схема рис. 4.13 не может быть исследована этим способом; здесь требуется более общий метод. Любая мыслимая цепь из сопротивлений, по которой течет постоянный ток, должна удовлетворять следующим условиям:

1) Ток через каждый элемент должен быть равен напряжению на элементе, деленному на сопротивление элемента.

2) В узле цепи, т. е. в точке, где сходятся три или более проводов, алгебраическая сумма токов, втекающих в узел, должна равняться нулю (это — наше старое условие сохранения заряда (7)).

3) Сумма разностей потенциалов, вдоль любого контура цепи, начинающегося и кончающегося в одном и том же узле, равна нулю. (Это — следствие общего свойства электростатического поля: по любому замкнутому контуру $\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0$.)

Эти условия, выраженные в алгебраической форме, дают для любой цепи точно такое число независимых линейных уравнений, которое необходимо для получения одного и только одного значения эквивалентного сопротивления между двумя выбранными узлами. Мы приводим это утверждение без доказательства.

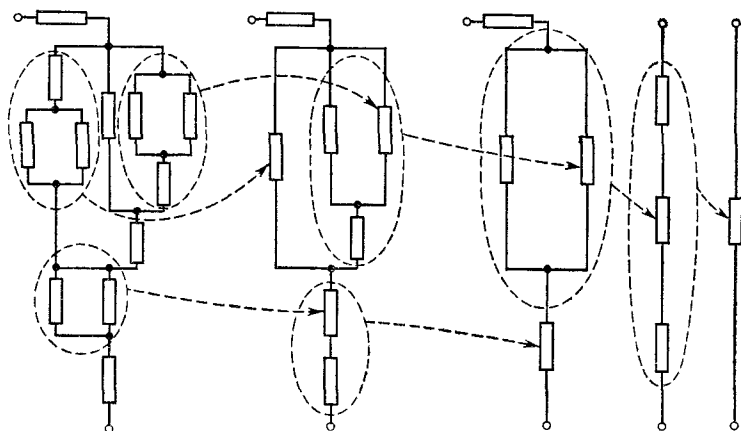


Рис. 4.12. Упрощение сложной схемы, которая состоит из последовательно и параллельно соединенных сопротивлений.

Цепь постоянного тока из сопротивлений является линейной системой — напряжения и токи удовлетворяют системе линейных уравнений, выражающих условия 1), 2) и 3). Поэтому суперпозиция различных возможных состояний цепи тоже есть возможное состояние. На рис. 4.14 показан участок цепи с определенными текущими по проводам токами I_1, I_2, \dots и с определенными потенциалами в узлах V_1, V_2, \dots . Если другое возможное состояние этого участка опи-

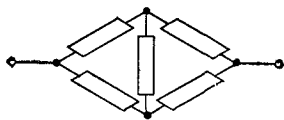


Рис. 4.13. Схема моста. Ее нельзя упростить, в противоположность схеме на рис. 4.12.

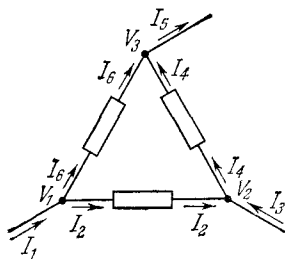


Рис. 4.14. Токи и потенциалы в узлах цепи.

сывается некоторым другим набором токов и потенциалов, скажем I'_1, \dots, V'_1, \dots , то набор $(I_1 + I'_1), \dots, (V_1 + V'_1), \dots$ тоже является возможным состоянием, т. е. соответствующие суперпозиции токов и напряжений тоже будут удовлетворять условиям 1), 2) и 3). На этом утверждении основаны некоторые общие теоремы электрических цепей, интересные и полезные для инженеров-электриков.