интегралу по S_2, вычисленному в тот же момент,— это непреложный факт, и для определения полного заряда в замкнутой области мы можем использовать этот интеграл, как мы всегда пользовались теоремой Гаусса в электростатике.

Рис. 5.6 ставит новый вопрос. А что если те же частицы имели

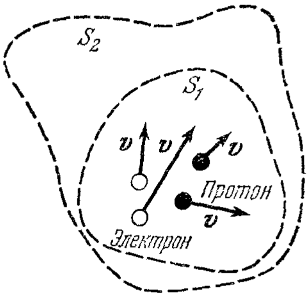

Рис. 5.5. Теорема Гаусса остается справедливой для поля движущихся зарядов. Поток $\mathbf{E}$ через S_2 равен потоку $\mathbf{E}$ через S_1, вычисленному в тот же момент времени.

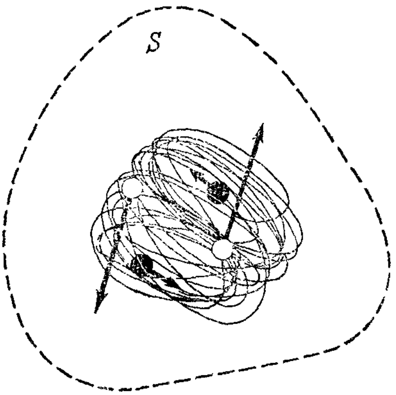

Рис. 5.6. Зависит ли поток $\mathbf{E}$ через S от состояния движения заряженных частиц? Равен ли поверхностный интеграл от $\mathbf{E}$ по S тому же интегралу на рис. 5.5? Здесь частицы связаны в молекуле водорода.

бы другие скорости? Предположим, например, что два протона и два электрона образуют молекулу водорода. Будет ли полный заряд точно таким же, как и раньше?

5.4. Инвариантность заряда

Имеются исчерпывающие экспериментальные доказательства того, что полный заряд системы не меняется от движения носителей заряда. Мы настолько привыкли к этому, что редко задумываемся над таким замечательным и фундаментальным фактом. В качестве доказательства мы можем сослаться на полную электрическую нейтральность атомов и молекул. В гл. 1 был рассмотрен опыт, подтвердивший нейтральность молекулы водорода. Из этого опыта следует, что заряды электрона и протона равны с точностью по крайней мере 10^{-20}. Аналогичный опыт был поставлен с атомами гелия. Атом гелия содержит два протона и два электрона, т. е. те же заряженные частицы, что и молекула водорода. В атоме гелия эти частицы движутся совершенно по-другому, чем в молекуле водорода. В частности, протоны, вместо того чтобы медленно обращаться на расстоянии 0,7 Å друг от друга, тесно связаны в ядре гелия, где они движутся с кинетической энергией порядка миллиона электрон-вольт. Если бы движение как-то влияло на величину заряда, то точной компенсации зарядов ядра и электронов не было бы как в молекуле водорода, так и в атоме гелия. На самом же деле измерения показали, что атом гелия нейтрален почти с такой же степенью точности.

Другой способ доказательства связан с изучением оптических спектров изотопов одного и того же элемента, т. е. атомов с различными массами ядер, но с одинаковым зарядом. Здесь мы также имеем заметное различие в характере движения протонов внутри ядра, однако сравнение спектральных линий двух изотопов не обнаруживает расхождения, которое могло бы быть приписано даже малому различию в полном заряде ядра.

Масса не обладает таким свойством инвариантности. Мы знаем, что масса частицы при ее движении изменяется в $1/(1-v^2/c^2)^{1/2}$ раз. Чтобы подчеркнуть это различие, на рис. 5.7 показан воображаемый опыт. В ящике справа две массивные заряженные частицы, укрепленные на концах стержня, приведены во вращение со скоростью v. Полная масса правой системы больше, чем масса левой. Это можно обнаружить, либо взвешивая ящик на пружинных весах, либо измеряя необходимую для его ускорения силу *). Однако полный электрический заряд остается неизменным. Реальный эксперимент, эквивалентный этому мысленному, можно выполнить на масс-спектрографе, с помощью которого легко обнаружить разность масс между ионизованной молекулой дейтерия (2 протона, 2 нейтрона, 1 электрон) и ионизованным атомом гелия (тоже 2 протона, 2 нейтрона и 1 электрон). Это — совершенно различные структуры, в которых частицы движутся с весьма различными скоростями. Различие в энергии обеих систем проявляется как вполне измеримая разность масс. Но электрические заряды обоих ионов не обнаруживают никакого различия с высокой степенью точности.

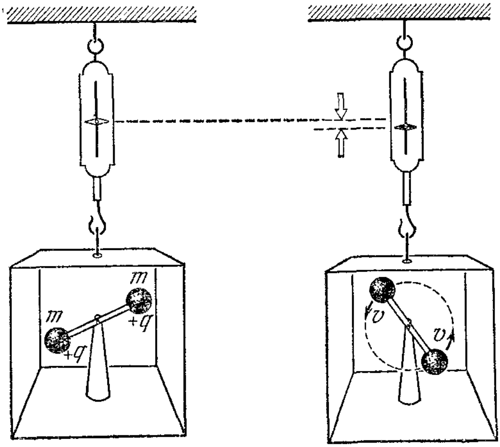

Рис. 5.7. Воображаемый опыт для демонстрации инвариантности заряда. Заряд внутри ящика следует измерять по величине электрического поля снаружи или, что то же самое, по силе, действующей на удаленный заряд.

Указанная инвариантность заряда придает особую важность его квантованию. В гл. 1 мы подчеркивали важность (и загадочность) того факта, что все элементарные заряженные частицы имеют одинаковые по величине заряды. Теперь мы видим, что точное равенство

*) Разность масс зависит не только от кинетической энергии частицы, но также и от любых изменений потенциальной энергии, например от упругой деформации стержня, несущего частицы. Если стержень совершенно жесткий, этот вклад мал по сравнению с членом, содержащим v^2/c^2. Попробуйте разобраться, почему это так.

элементарных зарядов справедливо не только для покоящихся друг относительно друга частиц, но и для любого состояния их относительного движения.

Описанные нами и многие другие опыты показывают, что величина поверхностного интеграла $\int_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{a}$ в теореме Гаусса зависит только от числа и от типа заряженных частиц внутри S, а не от характера их движения. Согласно постулату специальной теории относительности, если это утверждение верно для одной какой-нибудь инерциальной системы отсчета, то оно должно быть верно и для любой другой инерциальной системы. Поэтому если F' — некая другая инерциальная система отсчета, движущаяся по отношению к F, а S' — замкнутая поверхность, окружающая в момент t' в системе F' те же заряженные тела, что и поверхность S в момент t, то мы должны иметь

$$\int_{S(t)} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{a} = \int_{S'(t')} \mathbf{E}'\cdot d\mathbf{a}'. \tag{4}$$

Поле $\mathbf{E}'$ измерено, разумеется, в системе F', т. е. оно определено по силе, действующей на неподвижный относительно F' пробный заряд. Не следует обходить вниманием различие между t и t'. Как мы знаем, события, одновременные в F, могут не быть одновременными в F'. Каждый поверхностный интеграл в уравнении (4) должен быть вычислен для одного момента времени в своей системе. Если заряды лежат на границе S или S', следует твердо убедиться в том, что внутри S в момент t находятся те же заряды, что и внутри S' в момент t'. Если же заряды достаточно далеки от границы, как это показано на рис. 5.8, иллюстрирующем равенство (4), то такой проблемы не возникает.

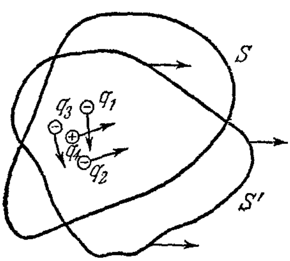

Рис. 5.8. Поверхностный интеграл от $\mathbf{E}$ по S равен интегралу от $\mathbf{E}'$ по S': $\int_{S(t)} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{a} = \int_{S'(t')} \mathbf{E}'\cdot d\mathbf{a}'$. Заряд одинаков во всех системах отсчета.

Равенство (4) формально выражает релятивистскую инвариантность заряда. Гауссову поверхность мы можем выбрать в любой инерциальной системе отсчета; интеграл по поверхности дает число, которое не зависит от системы отсчета. Это не эквивалентно сохранению заряда, обсуждавшемуся в гл. 4, которое математически выражается уравнением

$$\operatorname{div}\mathbf{J} = \frac{-\partial\rho}{\partial t}.$$

Сохранение заряда означает, что если взять замкнутую, неподвижную в какой-либо системе координат поверхность, содержащую некоторое количество заряженного вещества, и если никакие частицы не пересекают поверхности, то полный заряд внутри нее остается постоянным. Инвариантность же заряда подразумевает, что если мы посмотрим на выделенный кусок вещества из любой другой системы отсчета, то измеренное количество заряда в нем окажется в точности тем же самым. Энергия тоже сохраняется, но она не является релятивистски инвариантной величиной. Заряд сохраняется и он релятивистски инвариантен. На языке теории относительности, по отношению к преобразованию Лоренца энергия есть одна из компонент четырехвектора, а заряд — скаляр, т. е. инвариантное число. Это — экспериментальный факт с далеко идущими последствиями. Он полностью определяет природу поля движущихся зарядов.

5.5. Электрическое поле, измеренное в разных системах отсчета

Если заряд инвариантен относительно преобразования Лоренца, то электрическое поле **E** должно преобразовываться определенным образом. «Преобразовать поле **E**» значит ответить на такой вопрос: если наблюдатель в некоторой инерциальной системе отсчета F в данной точке пространства и времени измеряет поле **E** и получает столько-то вольт на сантиметр, то какое поле будет измерено в той же пространственно-временной точке наблюдателем в другой инерциальной системе отсчета F'? Мы можем ответить на этот вопрос, применяя теорему Гаусса к некоторым простым системам.

Рассмотрим в системе отсчета F (рис. 5.9, *а*) два неподвижных и однородно заряженных слоя с поверхностной плотностью, равной, соответственно, $+\sigma$ и $-\sigma$. Слои представляют собой квадраты со сторонами b, параллельные плоскости xy. Предположим, что расстояние между слоями мало по сравнению с b, так что поле между ними можно считать однородным. Величина этого поля, измеренная наблюдателем в F, равна, конечно, $4\pi\sigma$. Теперь рассмотрим инерциальную систему отсчета F', движущуюся по отношению к F налево со скоростью **v**. Для наблюдателя в F' заряженные «квадраты» уже больше не квадраты. Сторона квадрата x' сокращается от величины b до $b\sqrt{1-\beta^2}$, где β, как обычно, равно v/c. Но полный заряд инвариантен, т. е. не зависит от системы отсчета. Поэтому плотность заряда, измеренная в F', будет больше σ в $1/\sqrt{1-\beta^2}$ раз. На рис. 5.9 система зарядов показана в разрезе, на *б* — как она видна в F, а на *в* — как она видна в F'. Что мы можем сказать об электрическом поле в системе F', если все, что мы знаем об электрическом поле движущихся зарядов, содержится в равенстве (4)?

Во-первых, мы можем быть уверены, что электрическое поле равно нулю снаружи «сэндвича» и однородно между слоями, по крайней мере в пределе, когда протяженность слоев стремится к бесконечности. Поле бесконечного однородного слоя не может зависеть ни от расстояния от слоя, ни от положения точки относительно слоя. (В системе нет ничего, что позволило бы установить масштаб расстояний или положение; если бы поле менялось по степенному закону, подобно полю точечного или линейного заряда, то оно на слое обра-