5.6. Поле точечного заряда, движущегося с постоянной скоростью

Рассмотрим точечный заряд Q, который покоится в начале координат системы отсчета F (рис. 5.11, a). В каждой точке пространства электрическое поле $\mathbf{E}$ равно Q/r^2 и направлено от заряда по радиусу. В плоскости xz в любой точке (x, z) его компоненты равны

$$\left.\begin{aligned} E_x &= \frac{Q}{r^2}\cos\theta = \frac{Qx}{(x^2+z^2)^{3/2}}, \\ E_z &= \frac{Q}{r^2}\sin\theta = \frac{Qz}{(x^2+z^2)^{3/2}}. \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Пусть система F' движется со скоростью v в отрицательном направлении оси x. Связь между координатами события, или пространственно-временной точки в обеих системах отсчета, такова:

$$x = \gamma(x' - \beta c t'), \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \gamma\left(t' - \frac{\beta x'}{c}\right). \tag{9}$$

Это — преобразование Лоренца, которое было приведено в гл. 11 т. I (формула (15)). В наших уравнениях стоят минусы, потому что,

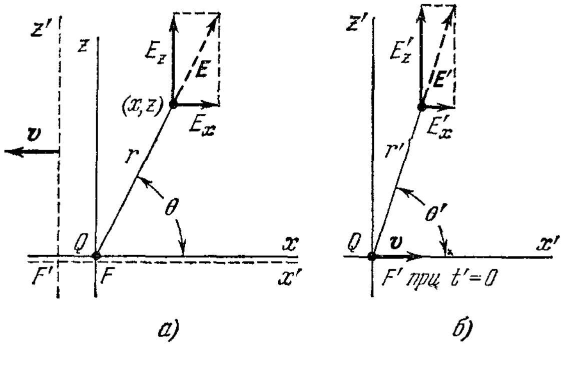

Рис. 5.11. Электрическое поле точечного заряда в системе, где заряд неподвижен (a), и в системе, где заряд движется с постоянной скоростью ($б$).

если смотреть из F, система F' движется в отрицательном направлении оси x. Часы поставлены так, чтобы показывать нуль, когда точки $x=0$ и $x'=0$ совпадают.

Согласно равенствам (5) и (6), $E'_z=\gamma E_z$ и $E'_x=E_x$. Используя равенство (8) и (9), мы можем выразить компоненты поля E'_z и E'_x через координаты в системе F'. Для момента $t'=0$, когда Q проходит через начало координат системы F', имеем

$$\left.\begin{aligned} E'_x &= E_x = \frac{\gamma Q x'}{[(\gamma x')^2+z'^2]^{3/2}}, \\ E'_z &= \gamma E_z = \frac{\gamma Q z'}{[(\gamma x')^2+z'^2]^{3/2}}. \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Заметим прежде всего, что $E'_z/E'_x = z'/x'$. Это говорит о том, что вектор $\mathbf{E}'$ составляет с осью x' тот же угол, что и вектор $\mathbf{r}'$. Следовательно, вектор $\mathbf{E}'$ направлен радиально наружу, вдоль линии, проходящей через мгновенное положение Q, как это показано на рис. 5.11, *б*. Остановитесь и вдумайтесь в этот вывод! Он означает, что если заряд Q проходит через начало координат штрихованной системы ровно в полдень, в 12.00 «штрихованного времени», то наблюдатель в любом месте штрихованной системы доложит, что около него электрическое поле было направлено в полдень точно по радиусу от начала координат. С первого взгляда это похоже на мгновенную передачу информации! Как может наблюдатель, находящийся за милю отсюда, знать, где в этот момент находится частица? Действительно, не может. Но это и не подразумевается. Не забывайте, что частица вечно двигалась с постоянной скоростью, причем по расписанию она должна была пройти начало координат в полдень. Эта информация была доступна долгое время. Если вам угодно говорить о причине и следствии, то наблюдаемое поле определяется прошлой историей частицы. Вскоре мы заглянем в то, что происходит, когда в расписании возникает непредусмотренное изменение.

Чтобы найти величину поля, вычислим значение $E_x'^2 + E_z'^2$, равное квадрату величины поля E'^2:

$$E'^2 = E_x'^2 + E_z'^2 = \frac{\gamma^2 Q^2 (x'^2 + z'^2)}{[(\gamma x')^2 + z'^2]^3} = \frac{Q^2 (x'^2 + z'^2)}{\gamma^4 [x'^2 + z'^2 - \beta^2 z'^2]^3} =$$
$$= \frac{Q^2 (1-\beta^2)^2}{(x'^2 + z'^2)^2 \left(1 - \dfrac{\beta^2 z'^2}{x'^2 + z'^2}\right)^3} \qquad (11)$$

(здесь выражение оказывается более изящным, если вернуться к β). Обозначим расстояние от заряда Q (находящегося в данный момент в начале координат) до точки (x', z'), где измеряется поле, через r': $r' = (x'^2 + z'^2)^{1/2}$. Пусть θ' обозначает угол между радиусом-вектором и скоростью заряда Q, который движется в системе F' в положительном направлении оси x'. Так как $z' = r' \sin\theta'$, то величину поля можно записать следующим образом:

$$E' = \frac{Q}{r'^2} \frac{1-\beta^2}{(1-\beta^2 \sin^2\theta')^{3/2}}. \qquad (12)$$

Положение начала координат здесь выбрано произвольно и плоскость $x'z'$ ничем не выделена среди других плоскостей, проходящих через ось x'. Поэтому мы можем высказать вполне общее утверждение, что электрическое поле равномерно движущегося заряда в данный момент времени направлено радиально от мгновенного положения заряда, а его напряженность дается равенством (12), где θ' — угол между направлением движения заряда и радиусом-вектором, проведенным из мгновенного положения заряда в точку наблюдения.

При малых скоростях поле просто сводится к $E' \approx Q/r'^2$ и в любой момент практически совпадает с полем неподвижного в F' заряда, помещенного в точку, где в данный момент находится Q. Но если величиной β^2 пренебречь нельзя, то поле под прямым углом к направлению движения оказывается сильнее, чем поле в направлении движения на том же расстоянии от заряда. Если напряженность поля обозначать, как это часто делается, плотностью силовых линий, то линии стремятся сконцентрироваться в диск, перпендикулярный к направлению движения. На рис. 5.12 показана плотность силовых линий от заряда, движущегося вдоль x' со скоростью $v/c=0{,}866$, в точках их пересечения с поверхностью единичной сферы. Более

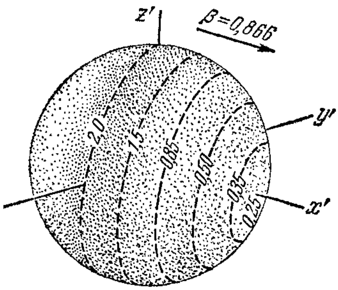

Рис. 5.12. Величина поля движущегося заряда в разных направлениях. В данный момент заряд в системе x', y', z' проходит через начало координат. Числа дают отношение величины поля к величине Q/r'^2.

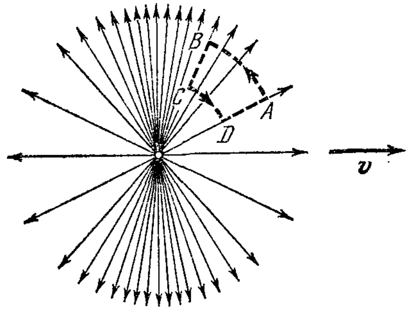

Рис. 5.13. Другое представление поля равномерно движущегося заряда.

простое изображение поля приведено на рис. 5.13, где дан разрез поля и изображены некоторые силовые линии, лежащие в плоскости $x'z'$ *).

Показанное электрическое поле обладает замечательными свойствами. Оно не является сферически-симметричным, что неудивительно, так как в нашей системе отсчета есть выделенное направление — направление движения заряда. Кроме того, такое поле не может быть создано ни одним стационарным распределением зарядов, какой бы ни была его форма, потому что в этом поле линейный интеграл от $\mathbf{E}'$ по любому замкнутому пути не равен нулю. Рассмотрим, например, замкнутый путь $ABCD$ на рис. 5.13. Дуги окружностей ничего не вносят в линейный интеграл, так как они перпендикулярны к полю; на радиальных участках поле вдоль BC сильнее, чем поле вдоль DA, так что циркуляция $\mathbf{E}'$ по этому пути не равна нулю. Но не забывайте, что $\mathbf{E}'$ — не электростатическое поле. Если заряд движется, электрическое поле $\mathbf{E}'$ в любой точке системы F' меняется с течением времени.

*) Интенсивность поля невозможно правильно изобразить плотностью силовых линий на двумерной диаграмме, подобной рис. 5.13. Если мы не станем произвольно обрывать некоторые линии, то плотность линий на рисунке будет спадать пропорционально $1/r'$; а интенсивность поля, которое мы пытаемся изобразить, спадает как $1/r'^2$. Поэтому рис. 5.13 дает только качественное представление о характере изменения E' в зависимости от r' и θ.

На рис. 5.14 и 5.15 показано электрическое поле в определенные моменты времени, наблюдаемое в системе отсчета, в которой электрон движется вдоль x с постоянной скоростью *). На рис. 5.14 скорость

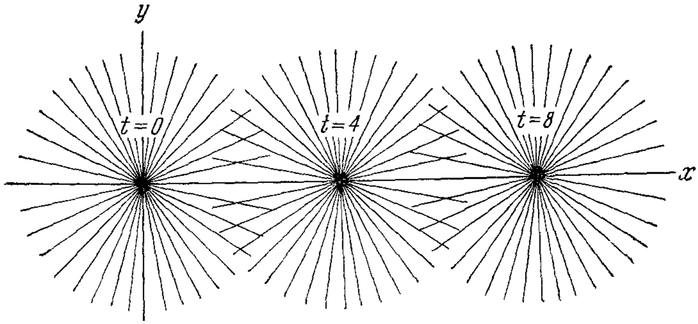

Рис. 5.14. Электрическое поле движущегося заряда для трех моментов времени; $v/c=1/3$, единица времени 10^{-10} *сек*.

электрона равна 0,33 c, а его кинетическая энергия — около 30 000 *эв* (30 *кэв*) (см. т. I, гл. 12). Величина β^2 равна 1/9, и электрическое поле мало отличается от поля неподвижного заряда. На

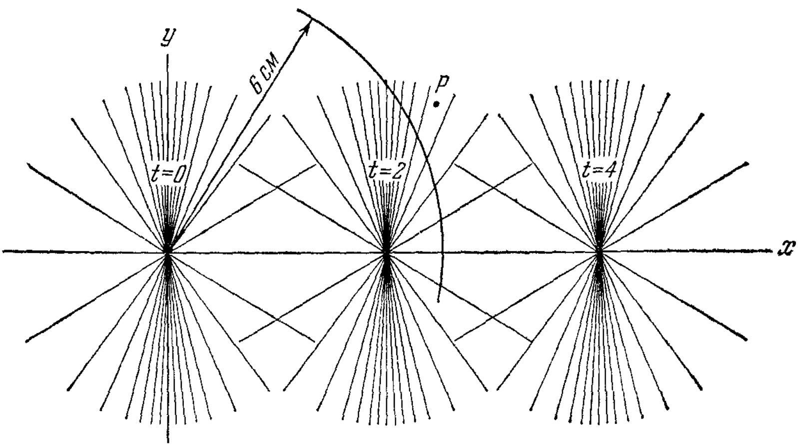

Рис. 5.15. Электрическое поле движущегося заряда для трех моментов времени; $v/c=4/5$, единица времени 10^{-10} *сек*.

рис. 5.15 скорость равна 0,8 c, что соответствует кинетической энергии 335 *кэв*. Если на всех рисунках за единицу времени взять $1\cdot 10^{-10}$ *сек*, то расстояния будут изображены «в натуральную величину». Разумеется, диаграмма правильна для любой заряженной

*) До сих пор в нештрихованной системе заряд был неподвижен, а в штрихованной — двигался. Теперь координаты в системе, в которой заряд движется, мы обозначаем x, y, z, чтобы не загромождать последующее изложение штрихами.

частицы, которая движется со скоростью, составляющей данную часть скорости света. Мы упоминаем о кинетических энергиях электрона просто затем, чтобы напомнить читателю, что релятивистские скорости в лаборатории — обычное явление.

5.7. Поле начинающего двигаться или останавливающегося заряда

Надо ясно представлять себе, что термин «равномерное движение», который мы употребляем, подразумевает движение с постоянной скоростью по прямой линии, которое продолжалось бесконечно. Что произойдет, если наш электрон до появления в момент времени $t=0$ в поле зрения на нашей диаграмме не совершал движения со стороны больших отрицательных x? Предположим, что он покоился в начале координат и ждал, пока часы не пробьют $t=0$. Непосредственно перед $t=0$ какая-то сила сообщила электрону внезапное большое ускорение до скорости v, и он начал двигаться с этой скоростью вдоль положительного направления оси x. Начиная с этого момента, его движение в точности повторяет движение электрона, для которого был предназначен рис. 5.15. Но рис. 5.15 не дает правильного представления о поле электрона, имеющего только что описанную историю. Чтобы понять, что этот рисунок действительно не может дать такого представления, рассмотрим поле в точке P в момент $t=2$, что соответствует $2\cdot10^{-10}$ *сек*. За такое время световой сигнал проходит 6 *см*. Так как точка P лежит дальше 6 *см* от начала координат, она не может получить известий об электроне, который начал двигаться при $t=0$! Если только здесь нет грубого нарушения теории относительности (а мы в основу всего рассмотрения положили ее постулаты), то поле в момент $t=2$ в точке P и вообще во всех точках, лежащих снаружи сферы радиусом 6 *см* с центром в начале координат, *должно быть полем заряда, покоящегося в начале координат.*

С другой стороны, вблизи самого движущегося заряда, то что происходило с ним в далеком прошлом, не может иметь никакого значения. Поэтому в заданный момент $t=2$, по мере удаления от заряда, поле как-то должно меняться и переходить от поля, изображенного на второй диаграмме рис. 5.15, к полю заряда, расположенного в начале координат. Больше этого мы сказать ничего не можем, если мы не знаем, как быстро распространяются «известия». Предположим на минуту, что они распространяются с максимальной скоростью, допустимой без конфликта с постулатами теории относительности. Тогда если пренебречь периодом ускорения, мы можем ожидать, что поле внутри всей сферы радиусом 6 *см* при $t=2$ должно быть полем равномерно движущегося точечного заряда. Если это так, то поле электрона, который начал двигаться из состояния покоя, внезапно получив при $t=0$ скорость v, должно выглядеть, как на рис. 5.16. Здесь имеется тонкий сферический слой (чья толщина в реальном случае зависит от продолжительности периода ускорения), внутри которого происходит переход от одного типа поля к другому. Этот слой просто расширяется со скоростью c,