частицы, которая движется со скоростью, составляющей данную часть скорости света. Мы упоминаем о кинетических энергиях электрона просто затем, чтобы напомнить читателю, что релятивистские скорости в лаборатории — обычное явление.

5.7. Поле начинающего двигаться или останавливающегося заряда

Надо ясно представлять себе, что термин «равномерное движение», который мы употребляем, подразумевает движение с постоянной скоростью по прямой линии, которое продолжалось бесконечно. Что произойдет, если наш электрон до появления в момент времени $t=0$ в поле зрения на нашей диаграмме не совершал движения со стороны больших отрицательных x? Предположим, что он покоился в начале координат и ждал, пока часы не пробьют $t=0$. Непосредственно перед $t=0$ какая-то сила сообщила электрону внезапное большое ускорение до скорости v, и он начал двигаться с этой скоростью вдоль положительного направления оси x. Начиная с этого момента, его движение в точности повторяет движение электрона, для которого был предназначен рис. 5.15. Но рис. 5.15 не дает правильного представления о поле электрона, имеющего только что описанную историю. Чтобы понять, что этот рисунок действительно не может дать такого представления, рассмотрим поле в точке P в момент $t=2$, что соответствует $2 \cdot 10^{-10}$ *сек*. За такое время световой сигнал проходит 6 *см*. Так как точка P лежит дальше 6 *см* от начала координат, она не может получить известий об электроне, который начал двигаться при $t=0$! Если только здесь нет грубого нарушения теории относительности (а мы в основу всего рассмотрения положили ее постулаты), то поле в момент $t=2$ в точке P и вообще во всех точках, лежащих снаружи сферы радиусом 6 *см* с центром в начале координат, *должно быть полем заряда, покоящегося в начале координат.*

С другой стороны, вблизи самого движущегося заряда, то что происходило с ним в далеком прошлом, не может иметь никакого значения. Поэтому в заданный момент $t=2$, по мере удаления от заряда, поле как-то должно меняться и переходить от поля, изображенного на второй диаграмме рис. 5.15, к полю заряда, расположенного в начале координат. Больше этого мы сказать ничего не можем, если мы не знаем, как быстро распространяются «известия». Предположим на минуту, что они распространяются с максимальной скоростью, допустимой без конфликта с постулатами теории относительности. Тогда если пренебречь периодом ускорения, мы можем ожидать, что поле внутри всей сферы радиусом 6 *см* при $t=2$ должно быть полем равномерно движущегося точечного заряда. Если это так, то поле электрона, который начал двигаться из состояния покоя, внезапно получив при $t=0$ скорость v, должно выглядеть, как на рис. 5.16. Здесь имеется тонкий сферический слой (чья толщина в реальном случае зависит от продолжительности периода ускорения), внутри которого происходит переход от одного типа поля к другому. Этот слой просто расширяется со скоростью c, а центр его остается при $x=0$. Стрелки на силовых линиях показывают направление поля, когда его источником является отрицательный заряд, как мы считали до сих пор.

На рис. 5.17 показано поле электрона, который двигался с постоянной скоростью до $t=0$. В этот момент он достиг точки $x=0$

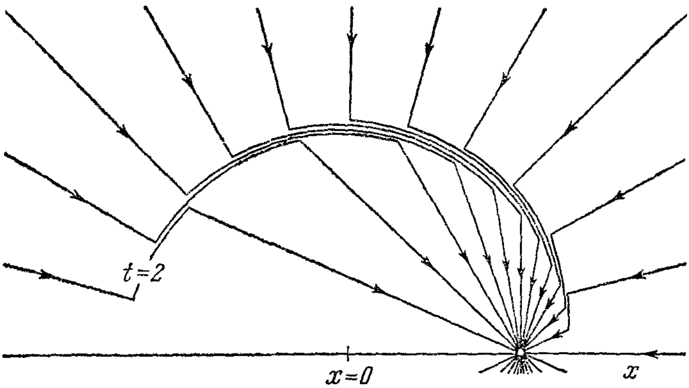

Рис. 5.16. Заряд, вначале покоящийся в точке $x=0$, внезапно ускоряется в момент $t=0$ и движется затем с постоянной скоростью.

и там резко остановился. В этом случае известие о том, что он остановился, не может за время t достичь точек, лежащих дальше ct от начала координат. Поле снаружи сферы радиусом $R=ct$ должно быть таким, как если бы электрон продолжал двигаться с первоначальной скоростью. Поэтому справа на рис. 5.17 мы видим «щетку»

Рис. 5.17. Заряд, двигавшийся с постоянной скоростью, в момент $t=0$ достигает начала координат, резко затормаживается там до остановки и остается затем в начале координат.

силовых линий, направленных точно в то место, где электрон оказался бы, если бы он не остановился. (Заметим, что этот вывод не зависит от введенного в предыдущем параграфе предположения, что известия распространяются с максимальной возможной скоростью.) Кажется, будто бы поле живет своей жизнью!

Внутренние и наружные силовые линии связать относительно просто. Существует только один способ сделать это, не нарушая теоремы Гаусса. Взяв в качестве примера рис. 5.17, проведем через некоторую точку A силовую линию радиального поля, составляющую с осью x угол θ_0, затем продолжим ее, по всем ее изгибам, пока она не приведет нас во внешнее поле, где она образует некоторый угол φ_0 с осью x. (Эта линия теперь, конечно, направлена по радиусу от экстраполированного положения заряда, являющегося кажущимся источником внешнего поля.) Соединим A и D с осью x, соответственно, дугами окружности AE (с центром в источнике внутреннего поля) и DF (с центром в кажущемся источнике внешнего поля). Вращая $EABCDF$ вокруг оси x, получим поверхность тела вращения. Внутри этой поверхности нет зарядов, поэтому интеграл от $\mathbf{E}$ по всей поверхности должен быть равен нулю. Ненулевой вклад в интеграл дают только шаровые «колпаки», так как остальная часть поверхности, образуемая линиями AB и CD, параллельна полю.

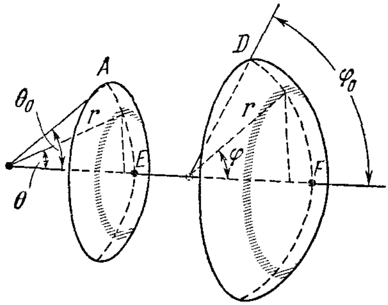

Рис. 5.18. Внутренний колпак (площадь$=2\pi r^2 \sin\ \theta\ d\theta$), образуемый вращением AE (см. рис. 5.17), и наружный колпак (площадь$=2\pi r^2 \sin\varphi d\varphi$), образуемый вращением DF. Поле на AE есть поле неподвижного заряда. Поле на DF — поле заряда, движущегося с постоянной скоростью. (Мы хотим, чтобы потоки через обе поверхности были равны.

Поле на внутреннем «колпаке» — это поле неподвижного точечного заряда. Поле на внешнем «колпаке» — поле точечного заряда, движущегося с постоянной скоростью v, которое дается равенством (12). Вычислим поток через внутреннюю поверхность, показанную на рис. 5.18. Интеграл по этой поверхности от $\mathbf{E}$ равен

$$\int_0^{\theta_0} \frac{q}{r^2} 2\pi r^2 \sin\theta\, d\theta = 2\pi q \int_0^{\theta_0} \sin\theta\, d\theta. \qquad (13)$$

Интеграл от $\mathbf{E}$ по внешней поверхности равен

$$\int_0^{\varphi_0} \frac{q}{r^2} \frac{1-\beta^2}{(1-\beta^2\sin^2\varphi)^{3/2}} 2\pi r^2 \sin\varphi\, d\varphi = 2\pi q \int_0^{\varphi_0} \frac{1-\beta^2}{(1-\beta^2\sin^2\varphi)^{3/2}} \sin\varphi\, d\varphi. \qquad (14)$$

Из условия, что втекающий слева поток должен быть равен потоку, вытекающему справа, мы получаем

$$\int_0^{\theta_0} \sin\theta\, d\theta = \int_0^{\varphi_0} \frac{1-\beta^2}{(1-\beta^2\sin^2\varphi)^{3/2}} \sin\varphi d\varphi. \qquad (15)$$

Это равенство дает возможность поупражняться в интегрировании *).

*) Интеграл в правой части (15) сводится к следующему:

$$\int \frac{dx}{(a^2+x^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2(a^2+x^2)^{1/2}}.$$

Из равенства (15) получаем связь между θ_0 и φ_0:

$$\cos\theta_0 = \frac{\cos\varphi_0}{\sqrt{1-\beta^2\sin^2\varphi_0}}\,. \tag{16}$$

Это же выражение можно более просто записать так:

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \gamma \operatorname{tg}\theta_0. \tag{17}$$

Случайно выражение (17), связывающее θ_0 и φ_0, и полученное из условия равенства потоков, совпадает с соотношением между углами, которые образует с направлением относительного движения жесткий стержень в собственной системе покоя и в движущейся системе. Это позволяет очень простым путем получить поле движущегося заряда. Пусть каждая линия представляет поток определенной величины; представим себе, что линии в системе покоя заряда — это жесткие стержни, торчащие наружу во всех направлениях. В движущейся системе каждый стержень представляет поток той же величины, а стержни видны теперь под большими углами, так что пучок стержней выглядит, как на рис. 5.13.

От нашего до сих пор необоснованного предположения, что «известия распространяются с максимально возможной скоростью», зависит только ширина переходной области на рис. 5.17. Связь, выраженная формулой (17), должна остаться справедливой, если вообще вблизи покоящегося теперь заряда существует какая-либо область, внутри которой история заряда до $t=0$ перестает иметь значение. Поэтому в силовых линиях, соединяющих ближнее поле с дальним, должна существовать поперечная компонента.

Силовые линии на рис. 5.16 и 5.17 были соединены так, чтобы удовлетворить формуле (17). В результате в переходной области появилось довольно сильное поле, основная часть которого перпендикулярна в этой области к радиусу-вектору, проведенному из начала координат. Имея в виду, что с течением времени эта конфигурация поля расширяется со скоростью c, мы видим здесь что-то очень похожее на распространяющуюся волну поперечного электрического поля — поперечного к направлению распространения.

К этому выводу мы пришли, во-первых, от постулатов теории относительности и, во-вторых, от опытного факта, заключающегося в том, что электрический заряд релятивистски инвариантен. В дальнейшем мы сможем использовать эти идеи для понимания природы излучения ускоряемого заряда. Но сначала вернемся к равномерно движущемуся заряду, поле которого содержит еще много неожиданностей.

5.8. Сила, действующая на движущийся заряд

Выражение (12) дает силу, которую испытывает неподвижный заряд в поле другого заряда, движущегося с постоянной скоростью. Зададим теперь другой вопрос: чему равна сила, действующая на заряд, который движется в поле других зарядов? Начнем со случая